COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 12 NOVEMBRE 1883.

PRÉSIDENCE DE M. É. BLANCHARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

HYDRAULIQUE. — *Des vitesses que prennent, dans l'intérieur d'un vase, les divers éléments d'un liquide pendant son écoulement par un orifice inférieur, et des moyens simples qui peuvent être employés pour déterminer très approximativement* les restes *numériques de séries doubles peu convergentes;* par MM. DE SAINT-VENANT et FLAMANT.

« 1. On sait depuis longtemps, pour les besoins les plus ordinaires de la pratique, déterminer approximativement, en s'aidant de quelques hypothèses et résultats d'observation, la vitesse moyenne, ou d'*écoulement,* d'un liquide par un petit orifice percé au fond d'un vase ou réservoir qui le contient.

» Mais aucune recherche, à notre connaissance, n'avait été faite ni chez nous ni à l'étranger sur ce qui se passe, alors, à l'intérieur de la masse fluide en mouvement, c'est-à-dire la manière dont les vitesses s'y dirigent et distribuent; en sorte que, pour certains problèmes, on ne sait encore que revenir à la supposition ancienne du mouvement par tranches paral-

lèles, bien que reconnue fausse, et n'ayant même aucun sens lorsque l'orifice est latéral ou au pied d'une paroi.

» Il était réservé à un savant de notre nation et de notre époque de poser la base rationnelle et de donner la formule générale de la solution de cette délicate question de la répartition des vitesses, dont Poncelet avait beaucoup encouragé une recherche expérimentale indirecte, tant il lui trouvait d'intérêt et d'importance.

» M. Boussinesq donc, en 1870, considérant d'abord une masse liquide indéfinie, démontra que ses molécules devaient se diriger rectilignement vers le petit orifice dont ce plan est supposé percé, et que les grandeurs de leurs vitesses devaient être, partout, inverses des carrés des distances au même orifice, comme si celui-ci exerçait sur les molécules fluides un certain appel régissant leurs vitesses comme la loi newtonienne régit les forces. Mais ensuite, en 1873 surtout, dans une des Notes d'un Volume des *Savants étrangers* (t. XXIII, n° 202, p. 548), pour passer au cas utile d'une masse fluide limitée par des parois, il supposa ingénieusement le plan horizontal de support, criblé d'une infinité d'orifices et découpé en figures égales dont chacune peut être regardée comme le fond ou la base d'un vase prismatique à parois liquides; puis il observa très simplement que si les orifices sont tous placés symétriquement par rapport aux côtés suivant lesquels les bases se joignent, leurs appels sur les molécules composant ces parois fictives auront des composantes totales nulles dans les sens perpendiculaires à leurs plans; en sorte que l'on pourra, en choisissant un quelconque de ces vases, insérer, à la place des parois liquides, des parois solides minces et polies, sans rien changer aux mouvements (qui sont, du reste, de ceux où les frottements n'ont qu'une influence négligeable).

» De cette manière, comme l'un de nous deux l'a montré dans des Communications de 1882 accompagnées d'épures propres à mettre en lumière cette théorie toute nouvelle (*Comptes rendus,* 3, 10 et 24 avril, p. 904, 1004, 1139), les mouvements dans des vases à base rectangle, ou triangulaire équilatérale, ou hexagonale, se trouvent exprimés par des séries doubles d'une infinité de termes; et nous estimons (*voir* plus loin) qu'ils ne peuvent l'être d'aucune autre manière.

» 2. Ces séries sont convergentes, mais fort peu, et elles ne sont point sommables. Il faudrait en prendre plusieurs milliers de termes pour approcher quelque peu du résultat à obtenir. Il était désirable, en se bornant à un nombre modéré des plus grands termes, d'avoir une valeur au moins approchée du *reste,* c'est-à-dire de la somme totale des autres et plus petits termes.

» Le même M. Boussinesq, consulté, nous donna, dans une prompte réponse (juin 1883), pour le reste ou complément correctif cherché, une expression monôme, hardiment établie et tellement simple qu'elle nous étonna tout d'abord. Mais notre réserve se changea bientôt en un complet acquiescement lorsque nous vîmes la concordance, à cela près de décimales d'ordre négligeable, des résultats de calculs faits pour des nombres variés de termes de la série, en y joignant chaque fois les indispensables compléments monômes. Cela justifie bien, évidemment, leur emploi et ses résultats.

» Donnons maintenant, avec leurs vérifications numériques, les séries, et l'ingénieux établissement, de plusieurs manières, de ces *restes* ou compléments qui ont si bien réussi à rendre praticable l'application de la théorie exposée.

3. Soient, l'origine des coordonnées rectangles x, y, z des molécules ou éléments fluides étant le centre de figure du fond d'un vase prismatique à arêtes verticales ou parallèles aux z qui se comptent de bas en haut, vase d'où l'eau s'écoule par un petit orifice percé n'importe où dans ce fond :

X, Y les coordonnées, pour les mêmes axes, tant de l'orifice du vase donné que d'une infinité d'autres qui lui sont fictivement accolés, orifices que l'on peut regarder simplement comme des points du plan des xy, et que nous définirons pour chaque forme du fond ;

u, v, w les composantes dans les sens x, y, z de la molécule considérée ;

A l'aire du fond et de toute section horizontale du vase ;

Q la dépense du fluide, ici supposée constante, ou le volume écoulé dans l'unité de temps par son orifice ;

$\frac{Q}{A}$, en conséquence, la vitesse $-w$ des molécules de la surface fluide si on lui suppose abstractivement une hauteur infinie au-dessus du fond ;

a, b les côtés parallèles aux x et y du fond du vase s'il est rectangulaire ;

a et $c = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3}a\sqrt{3}$ l'apothème et le demi-côté ou demi-rayon, si le fond de ces vases est un hexagone régulier, cas où l'on a l'aire

$$A = 6ac = 2a^2\sqrt{3}.$$

» On peut immédiatement vérifier qu'en posant, S étant l'indice d'une somme relative à toutes les valeurs de X, Y, ou à tous les orifices,

$$(1) \qquad u, v, w = \frac{Q}{2\pi} S \frac{X - x,\ Y - y,\ -Z}{[(X-x)^2 + (Y-y)^2 + Z^2]^{\frac{3}{2}}},$$

expression dont la forme est bien connue, les valeurs de u, v, w satisfont, même pour chaque terme de S, à la condition d'incompressibilité du fluide,

$$\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz} = 0. \tag{2}$$

» Et, pour justifier le coefficient $\frac{Q}{2\pi}$, dont cette même formule est affectée, observons simplement qu'elle donne, pour la composante verticale,

$$w = -\frac{Qz}{2\pi} S \frac{1}{r^3} = -\frac{Qz}{2\pi A} S \frac{A}{r^3},$$

où $S \frac{A}{r^3}$ peut être remplacée par l'intégrale $\int \frac{d\sigma}{r^3}$, $d\sigma$ représentant les divers éléments superficiels des fonds A de vases ou de la surface plane indéfinie formée par leur ensemble. Or découpons cette surface par des cercles de rayon R, ayant pour centre commun le pied de l'ordonnée z, et réunissant tous les éléments $d\sigma$ appartenant à la bande annulaire de largeur dR comprise entre deux quelconques de ces cercles, nous avons, en remplaçant $d\sigma$ par la superficie $2\pi R\, dR$ de cette bande,

$$w = -\frac{Qz}{A} \int_{R=0}^{R=\infty} \frac{R\, dR}{r^3}. \tag{3}$$

» Mais on a

$$R^2 + z^2 = r^2, \quad \text{d'où} \quad R\, dR = r\, dr.$$

Substituant, nous obtenons

$$-w = \frac{Qz}{A} \int_{r=z}^{r=\infty} = \frac{Qz}{A} \left(-\frac{1}{r}\right)_z^{\infty} = \frac{Q}{A}, \tag{4}$$

valeur que nous venons de dire être attribuable à cette composante à une hauteur extrêmement grande.

» On peut voir également que si, m ainsi que n représentant tous les nombres entiers de zéro à $\pm \infty$, on prend, pour le cas du fond rectangle, où l'orifice est au centre de la figure,

$$X = m a, \quad Y = n b, \tag{4 bis}$$

coordonnées des centres de tous les rectangles égaux qui l'entourent jusqu'à l'infini, la condition suivante de nullité des composantes de vitesse

le long des parois et perpendiculairement à leurs surfaces

(5) $$u = 0 \text{ pour } x = \pm \frac{a}{2}, \quad v = 0 \text{ pour } y = \pm \frac{b}{2},$$

sera exactement remplie. En effet, à chaque valeur de

$$X - x = ma - x = (m' \mp \tfrac{1}{2})a$$

répondra une valeur $(m'' \mp \frac{1}{2})a$, qui lui sera égale au signe près si

$$(m'' \mp \tfrac{1}{2}) = -(m' \mp \tfrac{1}{2}),$$

d'où

(6) $$m'' = -(m' \mp 1);$$

ce qui est toujours possible, puisque m représente tous les nombres entiers positifs ou négatifs.

» Pareille chose peut être dite de v, qui s'annulera en conséquence pour $y = \pm \frac{b}{2}$. »

M. **Daubrée** communique à l'Académie l'extrait suivant d'une Lettre qu'il a reçue de M. *Nordenskiöld*, rentré à Stockholm à la fin de septembre. L'intrépide explorateur a échappé très heureusement aux nouveaux dangers auxquels il s'était exposé : d'une part, en pénétrant par la côte ouest dans l'intérieur des glaciers, jusqu'à plus de 100^{km} de la côte et à une altitude de 1067^{m} ; d'autre part, en s'avançant le long de la côte orientale, au milieu des glaces flottantes, jusqu'à 65°40′ de latitude nord, sauf à y rester enfermé ou à s'y briser.

« Mon exploration dans l'intérieur du Groënland doit intéresser les éminents glacialistes et alpinistes français. Mon heureuse navigation le long de la côte est du Groënland attirera, je l'espère, l'attention des compatriotes de l'infortuné Blosseville.

» Les collections de plantes fossiles, faites par M. Nathorst à Disko et à Nuorsoak, sont les plus complètes qui aient été apportées des régions polaires.

» Les observations hydrographiques de M. Hamberg fourniront beaucoup de faits importants et nouveaux sur la question si débattue de l'extension du gulf-stream.

» M. Berlin apporte aux botanistes des renseignements nouveaux sur la flore de la neige et de la glace.

» Nos dragages ont donné à M. Forstrand nombre d'Invertébrés intéressants.

» Le Dr Kolthoff a recueilli une foule d'Insectes jusqu'ici inconnus des régions polaires.

» Il faudra nécessairement quelque temps pour calculer nos observations et examiner les collections.

» Quelques jours après mon arrivée à Stockholm, mon collègue M. Rubenson m'a montré quelques pierres de la grosseur d'une noisette, tombées, d'après ce que l'on dit, avec de très gros grêlons, le 4 juillet, près de Broby, en Westmanland. Bien que ces pierres consistassent en fragments angulaires de quartz ordinaire laiteux, j'ai cru devoir me rendre sur les lieux de la chute pour recueillir tous les renseignements possibles sur ce remarquable phénomène. Je reviens de ce voyage; les résultats de mes investigations sont très curieux; je pense pouvoir les compléter encore et je vous les communiquerai dans tous leurs détails. »

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination d'un Membre pour la Section de Médecine et Chirurgie, en remplacement de M. *Cloquet*.

Au premier tour de scrutin, le nombre des votants étant 58,

M. Charcot obtient.	46	suffrages.
M. Sappey »	12	»

M. Charcot, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Sa nomination sera soumise à l'approbation du Président de la République.

MEMOIRES PRÉSENTÉS.

CHIMIE. — *Sur un oxalate tribasique d'alumine.*
Note de M. **Mathieu-Plessy**. (Extrait.)

(Renvoi à l'examen de M. Debray.)

« *Conclusions.* — 1° L'acide oxalique en dissolution dans l'eau attaque, à une température de 200°, l'aluminium.

» 2° Cet acide réagit également sur le sulfate d'alumine tribasique, et de son action résulte un oxalate d'alumine tribasique.

» 3° La formule du nouvel oxalate le représente comme un kaolin, dans lequel l'acide oxalique semble remplacer la silice, équivalent pour équivalent, et cette formule, qui est $C^2O^3Al^2O^3 2(H^2O)$, établit une nouvelle analogie entre les dérivés du carbone et ceux du silicium. »

M. **Alb. Fournier** soumet au jugement de l'Académie un Mémoire « Sur un nouveau procédé de locomotion rapide à la surface de l'eau ».

(Commissaires : MM. Jurien de la Gravière, Dupuy de Lôme, Tresca.)

M. **P.-H. Boutigny**, d'Évreux, adresse une Note sur la prophylaxie du choléra en particulier, et des maladies contagieuses en général.

(Renvoi à la Commission du legs Bréant.)

M. **A. Netter** adresse une Note intitulée « Sur l'incertitude des signes de la mort dans le choléra, et sur deux nouveaux moyens pour la constatation des décès causés par cette maladie ».

(Renvoi à l'examen de M. Vulpian.)

M. **Tavignot** adresse une Note relative à un mode de traitement du diabète par le phosphore.

(Renvoi à l'examen de M. Vulpian.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance, trois Opuscules de M. *Haton de la Goupillière*, portant pour titres : « Notesur les méthodes d'exploitation souterraine fondées sur l'abandon des massifs »; « Note sur le profil d'équilibre des tractions mécaniques en rampe », et « Formules analytiques relatives à la richesse des filons ». (Ces trois Notes sont présentées par M. Daubrée.)

M. le **Secrétaire perpétuel** communique à l'Académie une Lettre de M. *Martial*, commandant le navire *la Romanche*, qui annonce le retour de ce navire à Cherbourg.

M. **Alph. Milne-Edwards** ajoute que la *Romanche* rapporte en France des collections considérables et d'un grand intérêt, à raison de la région géographique où elles ont été faites. M. le commandant Martial n'a pas cessé de parcourir les canaux des îles Magellaniques, et il a poussé ses explorations jusqu'aux îles Malouines, faisant exécuter des sondages nombreux et des dragages jusqu'à 600^{m} de profondeur. Les récoltes qui en ont été le résultat sont abondantes et le médecin du bord, M. le Dr Hahn, n'a rien négligé pour assurer leur conservation. En même temps, M. le Dr Hyades, médecin de la station à terre, a étudié avec un grand soin les caractères anthropologiques des sauvages de la Terre-de-Feu, ainsi que la faune et la flore de la pointe australe de l'Amérique, où son séjour s'est prolongé plus d'une année. Il a été aidé dans ses travaux par l'un des préparateurs du Muséum, M. Sauvinet, qui avait été placé sous sa direction. Des recherches botaniques ont été faites par M. Hariot, envoyé dans ce but par le Ministère de l'Instruction publique, l'Académie et le Muséum. Ce jeune naturaliste a trouvé, auprès des officiers de notre marine, le meilleur accueil et les moyens de remplir la mission qui lui avait été confiée.

Cent soixante-sept caisses de collections, deux squelettes de baleine, des végétaux et des animaux vivants, montrent l'activité qui a été déployée dans cette lointaine expédition.

Au retour, M. le commandant Martial a fait exécuter des sondages qui jetteront beaucoup de lumière sur la constitution du lit de l'Océan. Il a constaté, sur le 20e méridien au sud de l'équateur, l'existence d'une

profonde dépression de 7370m dans le voisinage de la chaîne des hauts fonds signalés par le *Challenger* et la *Gazelle*.

La mission du cap Horn aura fait faire un pas considérable à nos connaissances relatives au Magnétisme terrestre, à la Physique du globe et à l'Histoire naturelle.

ASTRONOMIE. — *Observations de la Comète Pons-Brooks, faites à l'Observatoire de Nice, (équatorial Gautier-Eichens) et comparaison avec l'éphéméride;* par M. **Perrotin**, présentées par M. Faye.

Dates. 1883.	Temps moyen de Nice.	Ascension droite apparente.	Distance polaire apparente.	Log. fact. par. en ascension droite.	en distance polaire.	Étoiles.	Nombre de comparaisons.
	h m s	h m s	° ′ ″				
Sept. 26.....	9. 3. 4	16.25.45,47	+59.54.50,8	$\bar{1}$,929	0,203	1	4,4
29.....	8.42. 9	16.26.36,90	+59.15.29,2	$\bar{1}$,905	0,157	2	3,3
Oct. 2.....	8. 3.39	16.27.55,60	+58.36.39,2	$\bar{1}$,876	$\bar{1}$,943	3	7,7
2.....	8. 3.39	16.27.55,74	+58.36.38,5	$\bar{1}$,876	$\bar{1}$,943	4	7,7
3.....	6.56.42	16.28.26,46	+58 24.17,8	$\bar{1}$,795	—1,583	3	5,5
5.....	8.11.42	16.29.40,67	+57.57.47,1	$\bar{1}$,882	0,131	5	6,8
5.....	8.43. 0	16.29.41,53	+57.57.29,8	$\bar{1}$,900	0,316	6	4,4
6.....	7.13.56	16.30.20,67	+57.45.38,0	$\bar{1}$,826	$\bar{1}$,335	7	4,4
24.....	6.50.15	16.50.27, 1	+54. 6.28	$\bar{1}$,815	0,081	8	8,8
Oct. 25.....	7.34.38	16.52. 4, 5	+53 54.39	$\bar{1}$,849	0,348	8	5,5

Positions moyennes des étoiles de comparaison pour 1883,0.

Étoiles.	Noms des étoiles.	Ascension droite.	Distance polaire.	Autorité.
		h m s	° ′ ″	
1	2799 Fédorenko........	16.31.58,48	+29.55. 9,6	Zones de Krueger.
2	B.B. t. VI + 59°,1741...	16.35. 3,43	+59.11.28,3	Id.
3	30159 Lal...............	16.26.23,36	+58.29.46,8	Id.
4	B.B. t. VI + 58°,1649...	16.32.56,94	+58.35.46,1	Cat. B.B.
5	30252 Lal...............	16.29.26,67	+58. 0.48,3	Cat. Lal.
6	30385 Lal...............	16.33.33,07	+58. 1. 8,4	Cat. Lal.
7	Rumker 5482............	16.32.55,23	+57.39.21,2 (1)	Cat. Rumker.
8	DM + 54°, 1841.........	16.48.41,2	+53.58.43	Posit. approchée.

Comparaison avec l'éphéméride de MM. Schulhof et Bossert.

(Obs. — Calcul.)

1883.	Δα.	Δδ.
	s	″
Sept. 26..............	+0,24	+4,8
29..............	—0,75	+4,6

(1) Erreur probable de 10″ dans le Catalogue.

1883.	$\Delta\alpha$.	$\Delta\delta$.
	s	"
Oct. 2..............	−0,62	+ 6,8
2..............	−0,48	+ 6,1
3..............	−0,49	+ 7,7
5..............	−1,08	+ 6,7
5..............	−1,06	+ 6,5
Oct. 6..............	−0,27	+15,2 [1]

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur certaines formules de* Hansen *et de M.* Tisserand. Note de M. P. Appell.

« Soient, en employant les notations de M. Tisserand [2],

$$(1)\qquad z = \mu\cos x + \nu\cos y,$$

$$(2)\qquad \varphi(z) = \frac{1}{(1-2\theta z+\theta^2)^{\frac{p-1}{2}}} = \sum_0^\infty \theta^{\mathrm{N}}\mathrm{P}^{(\mathrm{N})}(p, z);$$

nous nous proposons d'abord de développer la fonction $\varphi(z)$ suivant les cosinus des multiples de x et y, sous la forme

$$(3)\qquad \varphi(z) = 4\sum_0^\infty \lambda_{ij}\cos ix\cos jy;$$

le coefficient λ_{ij} est donné par la formule

$$(4)\qquad \lambda_{ij} = \frac{1}{\pi^2}\int_0^\pi\int_0^\pi \varphi(z)\cos ix\cos jy\,dx\,dy.$$

En transformant cette intégrale à l'aide d'une formule de Jacobi rappelée par M. Tisserand (*loc. cit.*, p. 817), nous avons

$$(5)\quad \lambda_{ij} = \frac{1}{\pi^2}\frac{\mu^i\nu^j}{3.5\ldots(2i-1).3.5\ldots(2j-1)}\int_0^\pi\int_0^\pi \varphi^{(i+j)}(z)\sin^{2i}x\sin^{2j}y\,dx\,dy.$$

» Désignons par la notation (α, m) le produit $\alpha(\alpha+1)\ldots(\alpha+m-1)$, dans lequel m est un entier positif, et posons

$$(6)\quad \frac{2\theta\mu}{1+\theta^2} = a,\quad \frac{2\theta\nu}{1+\theta^2} = b,\quad \frac{p-1}{2} = k,\quad k+i+j = q,\quad (\alpha, 0) = 1,$$

---

[1] Erreur probable de 10″ dans le Catalogue.

[2] *Comptes rendus,* même volume, p. 815 et 880.

nous pourrons écrire

$$\varphi^{(i+j)}(z) = \frac{(2\theta)^{i+j}(k, i+j)}{(1+\theta^2)^q} \frac{1}{(1 - a\cos x - b\cos y)^q}$$

et, par conséquent,

$$(7)\quad \lambda_{ij} = \frac{1}{\pi^2} \frac{\mu^i \nu^j (k, i+j)(2\theta)^{i+j}}{3.5\ldots(2i-1).3.5\ldots(2j-1)(1+\theta^2)^q} \int_0^\pi \int_0^\pi \frac{\sin^{2i}x \sin^{2j}y}{(1 - a\cos x - b\cos y)^q} dx\,dy.$$

» Développons cette dernière intégrale double suivant les puissances positives croissantes de a et b, de telle façon que

$$(8)\quad \lambda_{i,j} = \frac{1}{\pi^2} \frac{\mu^i \nu^j (k, i+j)(2\theta)^{i+j}}{3.5\ldots(2i-1).3.5\ldots(2j-1)(1+\theta^2)^q} \sum_0^\infty \mathrm{L}_{r,s} a^r b^s.$$

Pour cela, remarquons que l'on a

$$(1 - a\cos x - b\cos y)^{-q} = \sum_0^\infty \frac{(q, r+s)}{(1, r)(1, s)} a^r b^s \cos^r x \cos^s y,$$

et portons ce développement dans l'intégrale (7); nous obtenons pour $\lambda_{i,j}$ un développement de la forme (8), où

$$(9)\quad \mathrm{L}_{r,s} = \frac{(q, r+s)}{(1, r)(1, s)} \int_0^\pi \int_0^\pi \sin^{2i}x \sin^{2j}y \cos^r x \cos^s y\, dx\,dy.$$

» Cette intégrale double (9) est nulle à moins que r et s ne soient pairs. Supposons donc que l'on ait $r = 2m$, $s = 2n$; l'intégrale double (9) se ramène alors facilement aux intégrales eulériennes et l'on trouve qu'elle a pour valeur

$$\frac{\pi^2}{2^{i+j+m+n}} \frac{3.5\ldots(2i-1).3.5\ldots(2j-1).3.5\ldots(2m-1).3.5\ldots(2n-1)}{(1, i+m)(1, j+n)};$$

on en conclut, en s'appuyant sur l'identité

$$\frac{3.5\ldots(2m-1)}{1.2\ldots 2m} = \frac{1}{2^m} \frac{1}{1.2\ldots m},$$

$$\mathrm{L}_{2m,2n} = \frac{\pi^2 (q, 2m+2n).3.5\ldots(2i-1).3.5\ldots(2j-1)}{2^{i+j+2m+2n}(1, i+m)(1, j+n)(1, m)(1, n)};$$

ce qui donne enfin, pour le développement de $\lambda_{i,j}$ d'après la formule (8) où l'on remet à la place de a et b leurs valeurs (6),

$$(10)\quad \lambda_{i,j} = \frac{\mu^i \nu^j (k, i+j)\theta^{i+j}}{(1, i)(1, j)(1+\theta^2)^q} \sum_0^\infty \frac{(q, 2m+2n)}{(i+1, m)(j+1, n)} \frac{\theta^{2m+2n}}{(1+\theta^2)^{2m+2n}} \frac{\mu^{2m}\nu^{2n}}{(1, m)(1, n)},$$

la sommation étant étendue aux valeurs entières de m et n de zéro à l'infini. La série du second membre de (10) se ramène facilement à la fonction hypergéométrique de deux variables $F_4(\alpha, \beta, \gamma, \gamma', x, y)$ (¹), mais nous laissons de côté cette réduction pour arriver à l'objet principal de cette Note, à savoir la détermination du coefficient $B_{i,j}^{N,p}$ dans le développement du polynôme $P^{(N)}(z, p)$ sous la forme

$$P^{(N)}(z,p) = 4\sum_{i,j} B_{i,j}^{N,p} \cos ix \cos jy.$$

» D'après l'identité (2), ce coefficient est le coefficient de θ^N dans le développement de $\lambda_{i,j}$ suivant les puissances positives croissantes de θ. Pour former ce dernier développement, remarquons que l'on a

$$\frac{1}{(1+\theta^2)^{2m+2n+q}} = \sum_{\rho=0}^{\rho=\infty} (-1)^\rho \frac{(2m+2n+q, \rho)}{(1, \rho)} \theta^{2\rho};$$

en portant ce développement dans l'expression (10) de $\lambda_{i,j}$, on obtient une série dans laquelle le coefficient de θ^N a pour valeur

$$(11) \quad B_{i,j}^{N,p} = \frac{(k, i+j)\mu^i \nu^j}{(1,i)(1,j)} \sum{}' (-1)^\rho \frac{(q, 2m+2n)(2m+2n+q, \rho)}{(i+1, m)(j+1, n)(1, \rho)} \frac{\mu^{2m}\nu^{2n}}{(1,m)(1,n)},$$

la somme Σ' étant étendue aux valeurs entières positives ou nulles des nombres m, n, ρ satisfaisant à la condition

$$(12) \qquad i+j+2m+2n+2\rho = N$$

ou, en posant $N - i - j = 2N'$,

$$(12') \qquad m+n+\rho = N'.$$

» L'expression (11) du coefficient $B_{i,j}^{N,p}$ peut être simplifiée si l'on élimine ρ à l'aide de la relation (12'); on a, en effet,

$$\begin{aligned}(q, 2m+2n)(q+2m+2n, \rho) &= (q, 2m+2n+\rho)\\ &= (q, m+n+N') = (q, N')(q+N', m+n);\end{aligned}$$

$$\frac{1}{(1,\rho)} = \frac{(\rho+1)(\rho+2)\ldots(\rho+m+n)}{1.2\ldots(\rho+m+n)} = (-1)^{m+n}\frac{(-N', m+n)}{(1, N')},$$

$$(k, i+j)(q, N') = (k, N'+i+j), \quad (-1)^\rho = (-1)^{m+n+N'};$$

(¹) *Journal de Mathématiques* de M. Resal, 3ᵉ série, t. VIII, p. 174.

donc, en substituant,

$$B_{i,j}^{N,p} = (-1)^{N'} \frac{\mu^i \nu^j (k, N'+i+j)}{(1, N')(1, i)(1, j)} F_4(q+N', -N', i+1, j+1, \mu^2, \nu^2).$$

» Le coefficient cherché est ainsi exprimé par un polynôme hypergéométrique de deux variables formé avec la fonction F_4; le développement de F_4 s'arrête de lui-même, car le second élément est un entier négatif $-N'$. On remarquera que nous n'avons pas fait usage de la relation $\mu + \nu = 1$, et que le nombre k et, par conséquent, le nombre p sont entièrement arbitraires. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur les lignes asymptotiques de la surface des ondes.* Note de M. G. Darboux.

« Soient x, y, z les coordonnées rectangulaires d'un point quelconque M d'une surface. Désignons par p, q, r des quantités proportionnelles aux cosinus directeurs de la normale et assujetties en outre à satisfaire à la condition

$$(1)\qquad px + qy + rz = 1.$$

» Enfin désignons par p', q', r' les trois quantités

$$(2)\qquad p' = qr - ry, \quad q' = rx - pz, \quad r' = py - qx,$$

de telle manière que les six coordonnées de la normale seront p, q, r, p', q', r'.

» Avec ces notations l'équation différentielle des lignes asymptotiques de la surface sera

$$(3)\qquad dp\,dx + dq\,dy + dr\,dz = 0,$$

et celle des lignes de courbure

$$(4)\qquad dp\,dp' + dq\,dq' + dr\,dr' = 0.$$

» Je me propose d'appliquer ces résultats très simples à l'étude des lignes asymptotiques et des lignes de courbure de la surface des ondes.

» J'examinerai aujourd'hui ce qui concerne les lignes asymptotiques. La surface des ondes étant un cas particulier de la surface à seize points singuliers, on pourrait déduire la détermination de ces lignes de celle qui a été donnée par MM. Klein et Lie pour la surface de Kummer; mais il y

a intérêt à les déterminer directement, et nous allons voir d'ailleurs que la méthode suivie dans cette recherche donne les lignes asymptotiques d'une infinité de surfaces nouvelles.

» L'étude détaillée et complète de la surface des ondes repose sur l'emploi simultané de quatre variables qui sont les suivantes. Considérons un point M de la surface. Le rayon qui joint le point M au centre O de la surface coupe celle-ci en un second point M'. Nous poserons

$$\overline{\mathrm{OM}}^2 = \beta, \quad \overline{\mathrm{OM}'}^2 = \alpha'.$$

» Désignons de même par α et β' les carrés des distances du centre au plan tangent en M et au plan tangent parallèle. Ces quatre variables seront liées par les deux relations contenues dans l'identité

$$(5) \quad \left\{ \begin{aligned} & x(x-\beta)(x-\beta') - (x-a)(x-b)(x-c) \\ & \quad = \frac{abc}{\alpha\alpha'}(x-\alpha)(x-\alpha'), \end{aligned} \right.$$

qui doit avoir lieu pour toutes les valeurs de x.

» Cela posé, on aura, pour un point quelconque de la surface des ondes, les valeurs de x, y, z, p, q, r que l'on déduirait des formules suivantes :

$$(6) \quad \left\{ \begin{aligned} x &= \mathrm{C}\left(\frac{a-\alpha}{\alpha}\right)^{m_1}\left(\frac{a-\alpha'}{\alpha'}\right)^{m_2}(a-\beta)^{n_1}(a-\beta')^{n_2}, \\ y &= \mathrm{C}'\left(\frac{b-\alpha}{\alpha}\right)^{m_1}\left(\frac{b-\alpha'}{\alpha'}\right)^{m_2}(b-\beta)^{n_1}(b-\beta')^{n_2}, \\ z &= \mathrm{C}''\left(\frac{c-\alpha}{\alpha}\right)^{m_1}\left(\frac{c-\alpha'}{\alpha'}\right)^{m_2}(c-\beta)^{n_1}(c-\beta')^{n_2}, \end{aligned} \right.$$

en y faisant

$$m_1 = n_2 = 0, \quad m_2 = n_1 = \tfrac{1}{2},$$

et en disposant convenablement des constantes C, C', C''.

» Je vais considérer d'une manière générale les surfaces définies par les formules (6). On a, pour elles,

$$(7) \quad \left\{ \begin{aligned} p &= \frac{1}{\mathrm{C}(a-b)(a-c)}\left(\frac{a-\alpha}{\alpha}\right)^{-m_1}\left(\frac{a-\alpha'}{\alpha'}\right)^{-m_2}(a-\beta)^{1-n_1}(a-\beta')^{1-n_2}, \\ q &= \frac{1}{\mathrm{C}'(b-a)(b-c)}\left(\frac{b-\alpha}{\alpha}\right)^{-m_1}\left(\frac{b-\alpha'}{\alpha'}\right)^{-m_2}(b-\beta)^{1-n_1}(b-\beta')^{1-n_2}, \\ r &= \frac{1}{\mathrm{C}''(c-a)(c-a)}\left(\frac{c-\alpha}{\alpha}\right)^{-m_1}\left(\frac{c-\alpha'}{\alpha'}\right)^{-m_2}(c-\beta)^{1-n_1}(c-\beta')^{1-n_2}. \end{aligned} \right.$$

» On peut ici appliquer la formule (3) et écrire l'équation différentielle

des lignes asymptotiques. On est ainsi conduit au résultat très simple que voici :

» *Toutes les fois que les exposants seront liés par la relation*

$$(8) \qquad m_1 + n_1 + m_2 + n_2 = 1,$$

l'équation différentielle des lignes asymptotiques sera

$$(9) \qquad \frac{d\beta^2}{(\beta - a)(\beta - b)(\beta - c)} = \frac{d\beta'^2}{(\beta' - a)(\beta' - b)(\beta' - c)},$$

et par conséquent ces lignes seront définies par une relation algébrique, dont la forme est bien connue, entre β *et* β'.

» Les exposants dans le cas de la surface des ondes satisfaisant à la relation (8), le résultat précédent comprend celui que l'on connaît relativement à cette surface.

» L'intégration de l'équation (9) conduit au théorème suivant, qui remplace tous les calculs :

» *Considérons chacun des complexes de Chasles, qui sont formés des droites coupant les trois plans coordonnés et le plan de l'infini en quatre points de rapport anharmonique constant. Le lieu des points de la surface où le cône du complexe est tangent à cette surface est une ligne asymptotique.* Quand on fera varier la valeur du rapport anharmonique constant, on aura une infinité de complexes qui donneront toutes les lignes asymptotiques.

» Il m'a paru intéressant de chercher toutes les surfaces jouissant de la propriété exprimée par le théorème précédent. On trouve d'abord les surfaces tétraédrales de Lamé qui sont définies par l'équation

$$\left(\frac{x}{a}\right)^m + \left(\frac{y}{b}\right)^m + \left(\frac{z}{c}\right)^m = 1.$$

Leurs lignes asymptotiques ont été déjà déterminées par M. Lie, et elles jouissent de cette propriété particulière que les tangentes à chacune d'elles appartiennent toutes à un même complexe de Chasles (qui varie quand on passe d'une ligne à l'autre).

» Les autres surfaces satisfont à l'équation aux dérivées partielles

$$(10) \qquad xyz(rt - s^2) + pq(z - px - qy) = 0$$

que l'on peut interpréter comme il suit.

» Désignons par N_x, N_y, N_z les portions de la normale à la surface, comprises entre le pied M de cette normale et les plans coordonnés. Soient

R, R′ les rayons de courbure principaux et P la distance de l'origine O au plan tangent en M. L'équation (10) est équivalente à la relation

$$RR = \frac{N_x N_y N_z}{P},$$

qui donne la courbure totale et s'applique en particulier à la surface des ondes.

» La formule suivante, tout aussi simple, mais convenant seulement à cette dernière surface, fait connaître la somme des rayons de courbure. On a

$$R + R' = N_x + N_y + N_z - \frac{\overline{OM}^2}{P}. \text{ »}$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les courbes de genre un.* Note de M. **Humbert**, présentée par M. Jordan.

« V. *La courbe* $\Delta = 0$ *passe par les points doubles de* S, car, α et β étant les valeurs du paramètre correspondant à un tel point, on a

$$\frac{x_i(\beta)}{x_i(\alpha)} = \lambda.$$

» Les relations (6) montrent qu'en posant $m(t) = m[x_i(t)]$, les $(n-3)$ fonctions

$$\varphi_j(t) = m_j(\alpha) y_4(t) + \ldots + q_j(\alpha) y_n(t), \quad j = 1, 2, \ldots, n-3$$

satisfont à

$$\frac{\varphi(\beta)}{\varphi(\alpha)} = \lambda.$$

» Les $(n-3)$ fonctions

$$\mathcal{F}_j(t) = \varphi_j(t) x_1(\alpha) - x_1(t) \varphi_j(\alpha), \quad j = 1, 2, \ldots, n-3$$

et les deux fonctions

$$x_2(t) x_1(\alpha) - x_1(t) x_2(\alpha), \quad x_3(t) x_1(\alpha) - x_1(t) x_3(\alpha)$$

admettent donc les zéros α et β; il existe donc entre elles une relation linéaire et homogène (2°), d'où l'on conclut

$$0 = \begin{vmatrix} m_1(\alpha) & \ldots & q_1(\alpha) \\ \ldots\ \ldots & \ldots & \ldots\ldots \\ m_{n-3}(\alpha) & \ldots & q_{n-3}(\alpha) \end{vmatrix},$$

c'est-à-dire, comme on le voit aisément, $\Delta(\alpha) = 0$.

» En général, la courbe $\Delta = 0$ a un point multiple d'ordre $p-1$ en tout point multiple d'ordre p de S; on verra plus tard que S est de genre un; donc :

» *La courbe $\Delta = 0$ est la courbe de degré $(n-3)$ qui passe par les $\frac{1}{2}n(n-3)$ points doubles de* S; plus généralement, *c'est la courbe adjointe de* S *de degré* $n-3$.

» On démontre enfin que :

» *Si $\Delta(x_i)$ est identiquement nul, la courbe* S *est de degré inférieur à n.*

» VI. Supposons que Δ soit identiquement nul. Il reste nul quand on remplace x_1, x_2, x_3 par des fonctions linéaires et homogènes de x'_1, x'_2, x'_3, les x' étant définis par

$$(7) \qquad x'_i = \lambda_i x_1 + \mu_i x_2 + \nu_i x_3, \quad (i = 1, 2, 3)$$

et le déterminant de la substitution étant différent de zéro. On peut choisir les constantes λ_i, μ_i, ν_i qui sont quelconques, de façon que x'_1 et x'_2 s'annulent pour $t = \alpha$.

$$(8) \qquad 0 = \lambda_i x_1(\alpha) + \mu_i x_2(\alpha) + \nu_i x_3(\alpha), \quad (i = 2, 3).$$

» Si Δ est identiquement nul, on démontre qu'on peut, en combinant linéairement les équations (4), former une relation telle que

$$(9) \qquad \left\{ \begin{array}{l} x'_2(ay_4 + \ldots + ly_n) + x'_3(a'y_4 + \ldots + l'y_n) \\ \quad = A_1 x_1^2 + 2B_1 x'_2 x'_3 + A_2 x'^2_2 + \ldots. \end{array} \right.$$

» Faisant $t = \alpha$, il vient

$$A_1 x'^2_1(\alpha) = 0.$$

» Si $x'_1(\alpha)$ est nul, les relations (7) montrent qu'on a

$$x_1(\alpha) = x_2(\alpha) = x_3(\alpha) = 0,$$

ce qui est impossible, puisque α est quelconque.

» Donc $A_1 = 0$ et l'équation (9) devient

$$\begin{array}{l} x'_2(a_1 x'_1 + a_2 x'_2 + a_3 x'_3 + a_4 y_4 + \ldots + a_n y_n) \\ \quad = x'_3(a'_1 x'_1 + a'_3 x'_3 + \ldots + a'_n y_n). \end{array}$$

» Si x'_2 et x'_3 n'ont que le zéro commun $t = \alpha$, les $n-1$ autres zéros de x'_3 annulent la fonction $a_1 x'_1 + \ldots$, et, comme cette fonction a dans le parallélogramme ω, $n\omega'$, n zéros de même somme que ceux de x'_3 (1°), elle aura aussi le zéro $t = \alpha$ et sera identique à x'_3, à un facteur constant

près (2°). En raisonnant de même pour x'_2, on voit que l'équation précédente se réduit à

$$a_3 x'_2 x'_3 = 0,$$

ce qui exige qu'on ait $a_3 = 0$. On arrive ainsi à former une identité en combinant linéairement les équations (4), ce qui est impossible (3°).

» x'_2 et x'_3 ont donc d'autres zéros communs que α. Soit β l'un d'eux :

$$\lambda_i x_1(\beta) + \mu_i x_2(\beta) + \nu_i x_3(\beta) = 0, \quad (i = 2, 3).$$

» D'où résultent, puisque λ_i, μ_i, ν_i ne sont liés que par les relations (8), les équations

$$\frac{x_1(\beta)}{x_1(\alpha)} = \frac{x_2(\beta)}{x_2(\alpha)} = \frac{x_3(\beta)}{x_3(\alpha)};$$

β sera fonction de α, à moins qu'on n'ait

$$x_1(\beta) = x_2(\beta) = x_3(\beta) = 0.$$

» Ainsi Δ ne peut être identiquement nul que dans deux cas :

» 1° x_1, x_2, x_3 ont des zéros communs ;

» 2° x_1, x_2, x_3 peuvent avoir des zéros communs, mais de plus, étant posé :

$$X = \frac{x_2}{x_1}, \quad Y = \frac{x_3}{x_1},$$

les équations

$$(10) \qquad \begin{cases} X(u) - X(t) = 0, \\ Y(u) - Y(t) = 0 \end{cases}$$

ont en u d'autres solutions communes que les solutions

$$u = t + h\omega + nh'\omega' \quad (h \text{ et } h' \text{ étant des entiers quelconques}).$$

» VII. Si x_1, x_2, x_3 ont k zéros communs, sans que les équations (10) aient en u d'autres solutions communes que celles indiquées, on démontre que :

» *La courbe* S' *décrite par le point* (x_1, x_2, x_3) *est de degré* $n - k$, *et toute fonction linéaire et homogène de* $P_1, \ldots, P_n$ *s'exprime rationnellement en fonction de* $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$.

» *Genre de* S. — En particulier, si $k = n - 3$, la courbe S' est une cubique sans point double. Soient X_1, X_2, X_3 les coordonnées des points d'une telle cubique ; x_1, x_2, x_3 les coordonnées des points d'une courbe S, de degré n, mises sous la forme (3), Δ étant différent de zéro. On a, par

ce qui précède,

$$X_i = \text{fonction rationnelle de } x_1, x_2, x_3,$$
$$x_i = \text{fonction rationnelle de } X_1, X_2, X_3,$$
$$i = 1, 2, 3.$$

» Les deux courbes S et S′ sont donc de même genre, et par suite S *est de genre un.* »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions de deux variables indépendantes, restant invariables par les substitutions d'un groupe discontinu.* Note de M. E. Picard, présentée par M. Hermite.

« Dans une Communication précédente (voir les *Comptes rendus* du 15 octobre 1883), nous avons obtenu une classe de groupes discontinus de substitutions linéaires entre les deux variables complexes indépendantes ξ et η. Soit

$$(\sigma) \qquad \left(\xi, \eta, \frac{A\xi + A'\eta + A''}{C\xi + C'\eta + C''}, \frac{B\xi + B'\eta + B''}{C\xi + C'\eta + C''}\right)$$

une substitution quelconque d'un de ces groupes G. On peut obtenir des fonctions uniformes et continues des variables complexes ξ et η, $\Theta(\xi, \eta)$, définies dans le domaine S que détermine l'inégalité $\xi\xi_0 + \eta\eta_0 < 1$, et telles que, pour toute substitution (σ) du groupe, on ait

$$\Theta\left(\frac{A\xi + A'\eta + A''}{C\xi + C'\eta + C''}, \frac{B\xi + B'\eta + B''}{C\xi + C'\eta + C''}\right) = (C\xi + C'\eta + C'')^{3m}\Theta(\xi, \eta),$$

m étant un entier plus grand que un (*Acta math.*, t. I).

» Au groupe G correspond dans S un domaine δ, tel qu'à tout *point* de S correspond dans δ un *point* et un seul par une substitution du groupe. Le domaine δ a un ou plusieurs points communs avec la limite de S. Il est essentiel d'étudier la forme de la fonction Θ dans le voisinage d'un tel point.

» Pour simplifier, je vais indiquer les résultats pour un groupe particulier : des considérations analogues sont applicables au groupe dérivé d'une forme quadratique ternaire quelconque à indéterminées conjuguées. Prenons la forme

$$F = yy_0 + xz_0 + x_0 z.$$

Le groupe G correspondant admet *six* substitutions fondamentales, et le domaine δ que je vais considérer a un point commun $(\xi = 0, \eta = -1)$

avec la surface de S. J'écris seulement les trois substitutions fondamentales laissant invariables le point ($\xi = 0$, $\eta = -1$). En posant $u = \frac{\xi}{\eta + 1}$, $v = \frac{1}{\eta + 1}$, ces trois substitutions donnent pour u et v les substitutions correspondantes

$$\left(u,\ v,\ u,\ v + \frac{i}{2}\right),$$
$$\left(u,\ v,\ u + \frac{1-i}{\sqrt{2}},\ v + \frac{1+i}{\sqrt{2}}u + \frac{1}{2}\right),$$
$$\left(u,\ v,\ u + \frac{1+i}{\sqrt{2}},\ v + \frac{1-i}{\sqrt{2}}u + \frac{1}{2}\right).$$

» Nous voulons étudier la forme de la fonction $\Theta(\xi, \eta)$ dans le voisinage des valeurs $\xi = 0$, $\eta = -1$. J'établis, à cet effet, la proposition suivante :

» *Dans le voisinage de ce point et, bien entendu, à l'intérieur de* S, *la fonction peut se mettre sous la forme*

$$\Theta(\xi, \eta) = v^{3m}[\theta_1(u)e^{-4\pi v} + \theta_2(u)e^{-8\pi v} + \ldots + \theta_n(u)e^{-4n\pi v} + \ldots]$$

ou, comme plus haut,

$$u = \frac{\xi}{\eta + 1}, \quad v = \frac{1}{\eta + 1}.$$

» Les fonctions θ sont des fonctions holomorphes de u et se reproduisent multipliées par une exponentielle quand on change u successivement en $u + \frac{1-i}{\sqrt{2}}$ et $u + \frac{1+i}{\sqrt{2}}$. Ainsi l'on a

$$\theta_n\left(u + \frac{1-i}{\sqrt{2}}\right) = e^{4n\pi\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)u + \frac{1}{2}}\theta_n(u),$$
$$\theta_n\left(u + \frac{1+i}{\sqrt{2}}\right) = e^{4n\pi\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)u + \frac{1}{2}}\theta_n(u).$$

» On forme des fonctions $F(\xi, \eta)$ restant invariables par les substitutions de G en faisant le quotient de deux fonctions Θ; on aura, par suite, dans le voisinage de $\xi = 0$, $\eta = -1$,

$$F(\xi, \eta) = \frac{\theta_1(u) + \theta_2(u)e^{-4\pi v} + \ldots}{\vartheta_1(u) + \vartheta_2(u)e^{-4\pi v} + \ldots},$$

et l'on en conclut que, pour $\xi = 0$, $\eta = -1$, on a

$$F = \frac{\theta_1(u)}{\vartheta_1(u)}.$$

F sera donc, pour ces valeurs, une *fonction doublement périodique* de la limite arbitraire u du quotient $\frac{\xi}{\eta+1}$.

» Ces résultats obtenus, on établit alors aisément qu'entre trois fonctions F existe une relation algébrique; de plus, étant données deux fonctions de cette nature F et Φ, on peut former trois équations linéaires aux dérivées partielles, ayant trois solutions communes linéairement indépendantes

$$r = ap + bq + cz, \quad s = a_1 p + b_1 q + c_1 z, \quad t = a_2 p + b_2 q + c_2 z,$$

où les a, b, c sont des fonctions algébriques des variables indépendantes x et y, et telles qu'en prenant trois solutions convenables z_1, z_2, z_3, les équations $\frac{z_2}{z_1} = \xi$, $\frac{z_3}{z_1} = \eta$, résolues par rapport à x et y, donnent précisément $x = F(\xi, \eta)$, $y = \Phi(\xi, \eta)$.

» Je ferai maintenant une remarque applicable à tous les groupes discontinus de deux variables indépendantes, analogues à G. A chaque groupe fuchsien correspond, comme on sait, d'après M. Poincaré, un nombre p qu'il appelle le *genre du groupe*. A chaque groupe discontinu dans le cas de deux variables vont correspondre non plus un, mais *trois nombres* p_1, p_2, p_3 dont nous allons rapidement indiquer la définition. Soit δ un domaine fondamental du groupe; ce domaine à quatre dimensions est limité par certains espaces à trois dimensions, dont les points se correspondent respectivement deux à deux par les substitutions fondamentales du groupe, et devront, dans ce qui va suivre, être considérés comme confondus. Nous dirons qu'un espace à m dimensions ($m < 4$) contenu dans δ est *fermé*, quand les points où cet espace rencontre la limite de δ se correspondent deux à deux par une substitution fondamentale du groupe; de plus, un ou plusieurs espaces fermés à m dimensions constitueront le contour d'un espace à $(m+1)$ dimensions contenu dans δ, quand, par ces espaces à m dimensions, on pourra faire passer un espace fermé à $(m+1)$ dimensions dont ils limiteront une partie.

» Ceci posé, si l'on peut imaginer dans δ un nombre p_m d'espaces fermés à m dimensions qui ne puissent pas constituer le contour d'un espace fermé à $(m+1)$ dimensions contenu dans δ, mais tel que tout autre espace fermé à m dimensions puisse constituer avec une partie d'entre eux ou avec tous le contour d'un espace fermé à $(m+1)$ dimensions contenu dans δ, nous dirons que le domaine δ a une connexion de $m^{\text{ième}}$ espèce d'ordre

$p_m + 1$. Nous avons à faire successivement $m = 1, 2, 3$, ce qui nous donne *trois nombres* p_1, p_2, p_3 *correspondant au groupe*. Nous nous sommes placés ici, sauf les circonstances particulières à la nature du domaine δ, au même point de vue que M. Betti dans son Mémoire sur la connexité dans les espèces à n dimensions (*Annali di Matematica*, 2ᵉ série, t. II). »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le genre d'une relation algébrique entre deux fonctions uniformes d'un point analytique* (x, y). Note de M. **E. Goursat**, présentée par M. Hermite.

« Dans un Mémoire récent (*Bulletin des Sciences mathématiques et astronomiques*, avril 1883), M. Picard, généralisant des recherches antérieures, a montré que si deux fonctions $x = P(z)$, $y = Q(z)$, uniformes dans tout le plan, ayant des pôles en nombre quelconque et un nombre fini de points singuliers essentiels, sont liées par une relation algébrique, *le genre de cette relation doit être zéro ou l'unité*. Cette proposition est susceptible d'une extension que je me propose d'indiquer ici. Étant donnée une relation algébrique $f(x, y) = 0$ de degré m et de genre p, et u, v deux fonctions uniformes du point analytique (x, y), liées par une relation algébrique $F(u, v) = 0$, de genre q, on peut se proposer de rechercher dans quels cas le nombre q peut être supérieur à p. Si u et v n'admettent d'autres points singuliers que des pôles, le nombre q ne peut être supérieur à p. En effet, u et v seront, comme il est bien connu, des fonctions rationnelles de x et de y, et l'on voit alors qu'à toute intégrale abélienne de première espèce de la relation $F(u, v) = 0$ correspond une intégrale abélienne de première espèce de la courbe $f(x, y) = 0$; ce qui suffit à prouver que l'on ne peut avoir $q > p$. Il est de plus aisé de reconnaître que, si la courbe $f(x, y) = 0$ ne satisfait pas à certaines conditions particulières, le nombre q ne peut avoir d'autres valeurs que 0 ou p. Cette question est liée à la réduction du nombre des périodes, et je me propose d'y revenir dans une autre circonstance.

» Supposons, en second lieu, que les fonctions u et v, admettant des pôles en nombre quelconque, aient un nombre fini de points singuliers essentiels. Dans ce cas, le théorème de M. Picard subsiste encore, et le genre de la relation $F(u, v) = 0$ ne peut être que zéro ou l'unité. Si, en effet, on se reporte à la démonstration de M. Picard, on voit bien aisément que ce théorème, envisagé dans toute sa généralité, peut s'énoncer ainsi : *Étant données deux fonctions* $u = P(z)$, $v = Q(z)$ *uniformes dans le voisinage d'un*

point singulier essentiel $z = a$, *telles qu'elles n'aient pas une infinité d'autres points singuliers essentiels dans le voisinage de ce point, si ces fonctions sont liées par une relation algébrique, le genre de cette relation doit être zéro ou l'unité.* Ceci posé, si les fonctions u et v admettent pour point singulier essentiel (a, b) et si pour $x = a$, n valeurs de y deviennent égales à b, u et v sont dans le voisinage des fonctions uniformes de $(x - a)^{\frac{1}{n}}$. Donc, d'après le théorème général, le genre de la relation $F(u, v) = 0$ ne pourra être que zéro ou l'unité. On voit que, sous les restrictions admises, le genre de la relation algébrique ne peut s'élever que dans le cas de $p = 0$; ce qui est le cas considéré par M. Picard.

» Voici comment on pourra obtenir les expressions générales de deux fonctions uniformes du point analytique (x, y), ayant n points singuliers essentiels et liées par la relation algébrique

$$F(u, v) = 0,$$

qui sera de genre zéro ou de genre un. Dans le premier cas, on pourra exprimer u et v rationnellement en fonction d'un paramètre λ, et cela de telle façon qu'à un système de valeurs de u et de v ne corresponde en général qu'une valeur de λ. On aura alors

$$u = F_1(\lambda), \quad v = F_2(\lambda), \quad \lambda = \psi(u, v),$$

F_1, F_2, ψ désignant des fonctions rationnelles. En remplaçant u et v par leurs valeurs, λ devient une fonction uniforme du point analytique (x, y) ayant n points singuliers essentiels (a_1, b_1), (a_2, b_2), $\ldots$, (a_n, b_n); soit $R(x, y)$ cette fonction. Les expressions de u et de v deviennent

$$u = F_1[R(x, y)], \quad v = F_2[R(x, y)].$$

» Pour l'expression de $R(x, y)$ je renverrai au Mémoire de M. Appell (*Acta mathematica*, t. I, p. 109 et suivantes).

» Supposons maintenant que le genre de la relation algébrique $F(u, v) = 0$ soit égal à l'unité. Soient Ω l'intégrale abélienne de première espèce relative à cette courbe et ω, ω' ses deux périodes. Quand on remplace u et v par leurs valeurs, Ω devient une fonction du point analytique (x, y), $\Omega(x, y)$ jouissant des propriétés suivantes. Elle est uniforme et continue dans le voisinage de tout point de la surface de Riemann correspondante, sauf dans le voisinage des n points (a_1, b_1), (a_2, b_2), $\ldots$, (a_n, b_n); en chaque point analytique (x, y), elle admet une infinité de déterminations toutes com-

prises dans la formule

$$\Omega(x, y) + m\omega + m'\omega',$$

où m et m' sont des nombres entiers. L'expression générale d'une telle fonction s'obtient comme il suit. Supposons que l'équation $f(x, y) = 0$ de degré m contienne un terme en y^m et que les m valeurs du rapport $\frac{y}{x}$ pour $x = \infty$ soient distinctes et finies.

» Supposons, en outre, que les n points analytiques $(a_1, b_1), \ldots, (a_n, b_n)$ soient distincts des points critiques et des m points analytiques éloignés indéfiniment. Soient, d'après les notations habituelles,

$$u^{(i)}(x, y), \quad (i = 1, 2, \ldots, p), \quad \prod_{\xi', \eta'}^{\xi, \eta}, \quad Z(\xi, \eta)$$

les intégrales normales de première, de deuxième et de troisième espèce relatives à la courbe $f(x, y) = 0$. On aura

$$\begin{aligned}\Omega(x, y) = & \sum_{k=1}^{k=n} \sum_{\nu=1}^{\nu=\infty} \frac{A_\nu^{(k)}}{1.2\ldots(\nu-1)} Z^{(\nu-1)}(a_k, b_k) + \sum_{i=1}^{i=p} B_i u^{(i)}(x, y) \\ & + C_1 \prod_{a_2, b_2}^{a_1, b_1} + (C_1 + C_2) \prod_{a_3, b_3}^{a_2, b_2} + \ldots \\ & + (C_1 + C_2 + \ldots + C_{n-1}) \prod_{a_n, b_n}^{a_{n-1}, b_{n-1}} + \Omega(x_0, y_0),\end{aligned}$$

les constantes A, B, C étant assujetties à vérifier $2p + n - 1$ relations linéaires qui expriment que la valeur finale de $\Omega(x, y)$, après que la variable a décrit un cycle ou un contour fermé autour de l'un des points singuliers essentiels, est de la forme $\Omega(x, y) + m\omega + m'\omega'$, où m et m' sont des nombres entiers. D'un autre côté, on sait que u et v s'expriment par des fonctions doublement périodiques de Ω, à discontinuités polaires. En y remplaçant Ω par la valeur précédente, on aura les expressions générales demandées. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un problème de la théorie d'élimination.* Note de M. **Cyparissos Stéphanos**, présentée par M. Jordan.

« 1. Dans la présente Communication, je me propose d'indiquer certains résultats relatifs au problème d'Algèbre suivant :

» *Étant données trois formes binaires α, β, γ, dont les ordres l, m, n ont pour somme un nombre impair $2p+1$ et sont, de plus, tels qu'aucune des différences*

$$l' = p - l, \quad m' = p - m, \quad n' = p - n$$

ne soit négative, déterminer trois autres formes binaires L, M, N, dont les ordres soient respectivement égaux à l', m', n', de telle manière qu'on ait

$$L\alpha + M\beta + N\gamma = 0.$$

» **2.** Ce problème, si l'on ne veut envisager que les rapports mutuels des coefficients des formes L, M, N, n'admet, en général, qu'une seule solution. Il n'est même aucunement difficile d'obtenir les expressions des formes L, M, N, sous forme de déterminants. Il convient pourtant de faire ressortir que le calcul de ces formes peut être ramené à la détermination d'une forme binaire unique Δ, d'ordre $p-1$, définie par les relations

$$(\Delta, \alpha)_l = 0, \quad (\Delta, \beta)_m = 0, \quad (\Delta, \gamma)_n = 0.$$

» En effet, si l'on pose

$$\alpha = \alpha_x^l, \quad \beta = \beta_x^m, \quad \gamma = \gamma_x^n,$$

et que l'on désigne par λ, μ, ν les formes

$$\begin{aligned} \lambda &= \lambda_y^{p-1} = \beta_y^{n'}\gamma_y^{m'}\,[\beta_x^{l'+1}\gamma_y^{l'+1} - \beta_y^{l'+1}\gamma_x^{l'+1}] : (xy),\\ \mu &= \mu_y^{p-1} = \gamma_y^{l'}\alpha_y^{n'}\,[\gamma_x^{m'+1}\alpha_y^{m'+1} - \gamma_y^{m'+1}\alpha_x^{m'+1}] : (xy),\\ \nu &= \nu_y^{p-1} = \alpha_y^{m'}\beta_y^{l'}\,[\alpha_x^{n'+1}\beta_y^{n'+1} - \alpha_y^{n'+1}\beta_x^{n'+1}] : (xy), \end{aligned}$$

on devra avoir

$$L = (\Delta, \lambda)_{p-1}, \quad M = (\Delta, \mu)_{p-1}, \quad N = (\Delta, \nu)_{p-1} \ (^1).$$

» **3.** Le cas où un des nombres l', m', n' est nul est particulièrement intéressant. Soit, par exemple, $l' = 0 \quad (p = l)$.

» Dans ce cas, la forme Δ est indépendante de α et son évanouissement constitue la condition nécessaire et suffisante pour que les deux formes β et γ admettent un facteur quadratique commun (²).

(¹) Cela tient à ce que les formes λ, μ, ν sont telles qu'on a

$$\lambda\alpha(x) + \mu\beta(x) + \nu\gamma(x) = \lambda'\alpha(y) + \mu'\beta(y) + \nu'\gamma(y),$$

λ', μ', ν' désignant des formes d'ordres respectifs $l'-1$, $m'-1$, $n'-1$, en y_1, y_2.

(²) La forme Δ coïncide, dans ce cas, avec la forme Θ considérée par M. Gordan dans son travail sur les résultants (*Mathem. Annalen*, t. III, p. 355 et suiv.; 1871).

» La forme L est également indépendante de α, dans ce cas, et coïncide avec le résultant

$$R = (\Delta, \lambda)_{p-1}, \quad \text{où} \quad \lambda = (\beta\gamma)\beta_y^{m-1}\gamma_y^{m-1},$$

des deux formes β et γ.

» Il est aussi à remarquer que la détermination des deux formes M et N fournit, dans ce cas, la solution d'un problème intéressant relatif à la décomposition de $\frac{\alpha}{\beta\gamma}$ en fractions simples.

» De ce que les deux formes M et N ne contiennent, dans le cas actuel, les coefficients de α qu'au premier degré, découle la propriété suivante :

» Soient M′ et N′ ce que deviennent les deux formes M et N, lorsqu'on y remplace les coefficients α_i de la forme $\alpha = \sum \binom{l}{i} \alpha_i x_1^{l-j} x_2^i$ par

$$\frac{(k-p)!}{k!} \frac{\partial^p \alpha'}{\partial^{p-i} t^i x_1 \partial^i x_2},$$

α' désignant une forme binaire de degré $k > p$. L'expression générale des formes $S = S_x^{k-m}$ et $T = T_x^{k-n}$, satisfaisant à la relation

$$R\alpha' + S\beta + T\gamma = 0,$$

où R désigne le résultant des deux formes β et γ, est

$$S = M' + \varkappa\gamma, \quad T = N' - \varkappa\beta,$$

$\varkappa$ désignant une forme arbitraire de degré $k - p - 1$.

» 4. Dans le cas où l'on a

$$\alpha = \alpha_x^{2q+1}, \quad \beta = \frac{1}{m+1}\frac{\partial f}{\partial x_1}, \quad \gamma = \frac{1}{m+1}\frac{\partial f}{\partial x_2}, \quad (f = a_x^{m+1}),$$

le problème du n° 1 se transforme en celui-ci :

» *Étant données deux formes $\alpha = \alpha_x^{2q+1}$ et $f = a_x^{m+1}$ (où $q \leqq m-1$), déterminer trois formes r, s, t, d'ordres respectifs $m-q-1$, $q+1$, $q-1$, qui soient telles qu'on ait*

$$\alpha r + (f, s)_1 + ft = 0.$$

» La forme $\Delta = \Delta_x^{q+m-1}$ est définie, dans ce cas, par les relations

$$(\Delta, \alpha)_{2q+1} = 0, \quad (\Delta, f)_m = 0, \quad (\Delta, f)_{m+1} = 0.$$

Maintenant, si l'on pose

$$f = a_x^{m+1} = b_x^{m+1}.$$

et

$$\rho = \rho_y^{q+m-1} = \tfrac{1}{2}(ab)a_y^q b_y^q\left[a_x^{m-q} b_y^{m-q} - a_y^{m-q} b_x^{m-q}\right]:(xy),$$

$$\sigma = \sigma_y^{q+m-1} = a_x a_y^{m-q-1} \alpha_y^q\left[a_x^{q+1} \alpha_y^{q+1} - a_y^{q+1} \alpha_x^{q+1}\right]:(xy),$$

$$\tau = \tau_x^{q+m-1} = \left\{(a\alpha)a_y^m \alpha_x^q \alpha_y^q - \frac{\alpha_y^{m-q} \alpha_y^q\left[a_x^{q+1} \alpha_y^{q+1} - a_y^{q+1} \alpha_x^{q+1}\right]}{(q+1)(xy)}\right\}:(xy),$$

on aura

$$r = (\Delta, \rho)_{q+m-1}, \quad s = (\Delta, \sigma)_{q+m-1}, \quad t = (\Delta, \tau)_{q+m-1}.$$

» Ici encore les formules relatives au cas où $q = m - 1$ sont susceptibles d'une extension remarquable dont nous aurons à nous occuper dans une prochaine occasion.

» 5. On peut enfin considérer le cas où les trois formes α, β, γ sont proportionnelles aux dérivées secondes

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2},$$

d'une forme f de degré $m + 1 - 2q + 3$. Dans ce cas, le problème du n° 1 donne la solution de la question suivante :

» *Étant donnée une forme* f, *de degré* $m + 1 = 2q + 3$, *déterminer trois formes* r, s, t, *de degrés respectifs* $q + 2$, q, $q - 2$, *qui soient telles qu'on ait*

$$(f, r)_2 + (f, s)_1 + ft = 0.$$

» Ne pouvant pas transcrire ici les formules, un peu plus compliquées que celles du numéro précédent, relatives à ce cas, je me bornerai à faire remarquer que la forme $\Delta = \Delta_x^{3q}$ est définie, dans ce cas, par les relations

$$(\Delta, f)_{m-1} = 0, \quad (\Delta, f)_m = 0, \quad (\Delta, f)_{m+1} = 0. \text{ »}$$

PHYSIQUE APPLIQUÉE. — *Sur les pyromètres à circulation d'eau.* Note de M. E.-H. **Amagat**.

« On sait, depuis les recherches classiques de H. Sainte-Claire Deville sur la dissociation, que si, dans un tube métallique à minces parois porté à très haute température, on fait passer un courant d'eau, celle-ci ne s'échauffe que de quelques degrés, même pour une vitesse assez modérée du courant. J'ai pensé, il y a plusieurs années déjà, que l'échauffement de l'eau dans ces conditions pourrait servir à mesurer les hautes températures, et j'ai construit sur cette donnée un pyromètre qui m'a fourni d'excellents résultats.

» Jusqu'ici je n'ai fait aucune Communication à l'Académie sur ce sujet; mais, à la suite d'expériences concluantes qui viennent d'être faites à la Manufacture de porcelaine de Sèvres, au moyen d'un instrument tout à fait analogue, je crois utile d'abord de faire connaître l'instrument, à cause des services qu'il peut rendre à l'industrie, ensuite de préciser d'une façon exacte la question de priorité qui s'y rattache.

» Mes expériences datent de 1880; j'ai fait breveter l'appareil en février 1882, sous la dénomination de *pyromètre différentiel;* au moment où je terminais mes essais, j'ai appris que M. Violle avait eu la même idée que moi et avait fait sur ce sujet des expériences suivies, dont il n'a pas cru devoir faire connaître les résultats. Enfin j'ai su depuis que, au moment où je commençais mes recherches, M. de Saintignon venait de faire également breveter un pyromètre fondé sur le même principe.

» Dans l'appareil de M. de Saintignon, le courant d'eau traverse un simple tube de laiton, recourbé sur lui-même, et dont l'extrémité recourbée est introduite dans le milieu dont on doit mesurer la température, un four par exemple; deux thermomètres, dont le réservoir est placé dans deux petits renflements cylindriques soudés aux deux bouts du tube, donnent la température de l'eau à l'entrée et à la sortie de l'appareil : on peut en conclure, au moyen d'une graduation convenable, la température du four. Réduit à cette extrême simplicité, l'appareil ne saurait donner des résultats extrêmement réguliers; il est évident, en effet, que l'échauffement de l'eau a lieu, non seulement dans la partie recourbée du tube qui devrait seule agir, mais encore dans ses parties rectilignes placées en grande partie dans l'épaisseur du mur.

» Pour localiser l'action, j'avais intercalé, à la place de la partie simplement recourbée, une spirale assez longue pour produire à elle seule la majeure partie de l'effet; enfin, dans les derniers appareils que j'ai fait construire, l'eau, après avoir communiqué sa température au thermomètre de sortie, traversait un long et étroit manchon métallique, enveloppant les parties rectilignes, dont l'échauffement devenait ainsi insignifiant et l'effet complètement négligeable; l'action du feu étant ainsi localisée exclusivement dans la spirale, l'instrument fonctionne avec une régularité parfaite, pourvu que l'eau conserve un niveau constant dans le réservoir qui la fournit, ce qui ne présente aucune difficulté. Les indications de l'instrument sont du reste presque instantanées : la moindre variation apportée dans la température du four est indiquée immédiatement au thermomètre de sortie.

» J'ajouterai que, au lieu de plonger immédiatement la spirale dans le

milieu à haute température, il est en général préférable de l'enfermer, ainsi que les parties rectilignes, dans une enveloppe assez réfractaire, qui devient du reste absolument indispensable quand l'appareil doit être plongé dans le combustible même ou dans un bain métallique en fusion; il n'y a lieu de la supprimer qu'aux températures auxquelles elle ne serait plus suffisamment réfractaire. Des appareils ainsi construits ont fonctionné pendant plusieurs mois dans mon laboratoire, jusque vers 1200°, avec une régularité souvent plus grande que celle des pyromètres à air juxtaposés dans le même four; ils avaient été réglés de façon qu'une température de 1000° produisît un échauffement de l'eau égal à 10°.

» Devant les résultats que j'ai obtenus, je n'hésite pas à affirmer que les instruments de ce genre peuvent rendre à l'industrie des services considérables.

» Le pyromètre universel de MM. Boulier, que M. Lauth a décrit récemment devant la Société chimique de Paris et qui a fonctionné avec succès à la Manufacture de Sèvres, ne diffère de celui que je viens de décrire qu'en ce que la spirale est remplacée par un simple tube et en ce que l'enveloppe est supprimée. »

PHYSIQUE. — *Sur un photomètre optique.* Note de M. L. Simonoff, présentée par M. Edm. Becquerel.

« Le principe de ce photomètre est connu. L'instrument a la forme d'une petite lunette à deux tirages, que l'on braque sur la source lumineuse dont on veut apprécier l'intensité. Il est composé de trois tubes rentrant l'un dans l'autre; à l'extrémité antérieure du second tube est placé un écran portant une série de chiffres lus par transparence; l'extrémité antérieure du premier tube est munie d'un porte-diaphragmes.

» Ayant braqué l'instrument sur une source lumineuse, on regarde l'écran par l'oculaire du troisième tube, et l'on diminue graduellement les diamètres des diaphragmes jusqu'au moment où l'on ne peut plus lire les chiffres : alors on s'arrête, on note le numéro du diaphragme. En examinant une autre source de lumière, on trouve de la même manière le diamètre d'un autre diaphragme, et ainsi de suite. Le rapport inverse des carrés des diamètres des diaphragmes donne le rapport des intensités lumineuses.

» Pour diffuser la lumière, une rondelle de verre opale est placée entre le porte-diaphragmes et l'écran.

» Pendant plus d'une année, je me suis servi de l'instrument pour mesurer l'intensité de la lumière diffuse du ciel; les chiffres obtenus ont toujours été conformes aux calculs de la formule connue de Bunsen et de Roscoë.

» Je l'ai appliqué avec succès à la Photographie, pour déterminer le temps de pose; enfin je le crois utile aux personnes qui ont besoin d'évaluer l'intensité d'une source lumineuse d'une manière facile et prompte. »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la mesure des forces électromotrices.* Note de M. E. **Reynier**, présentée par M. Th. du Moncel.

« On sait que la force électromotrice des couples *à un seul électrolyte* [1] est très variable : elle diminue par la fermeture du circuit et augmente par le repos de la pile; pour une même combinaison voltaïque, elle paraît plus élevée avec une électrode positive dont la surface est très grande relativement à celle de l'électrode négative. Aussi les forces électromotrices *apparentes* de ces couples changent-elles avec la construction de la pile, les circonstances des expériences et les méthodes de mesure employées.

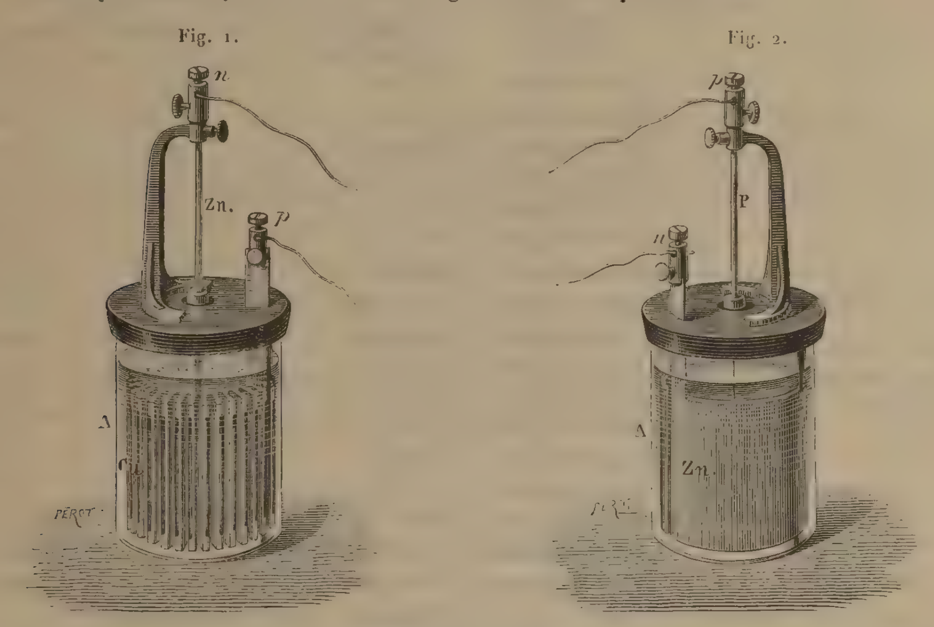
» Parmi toutes les valeurs que peut prendre la force électromotrice d'un couple, il y en a deux qu'il faut connaître : la plus grande et la plus petite. Je crois avoir réussi à obtenir avec certitude la mesure de ces grandeurs extrêmes, au moyen des deux modéles de pile que j'ai l'honneur de soumettre à l'Académie. Chacun de ces deux modèles peut être monté avec divers liquides et des électrodes positives et négatives variées.

» Le *couple à maxima* (*fig.* 1) possède une électrode positive Cu, plissée et ajourée, développant une surface efficace de 30^{dq}, c'est-à-dire trois cents fois plus grande que celle de l'électrode négative. Celle-ci se compose d'un fil de 3^{mm} de diamètre, plongeant au centre du récipient; on peut la soulever hors du liquide et l'y maintenir, au moyen d'une vis de pression agissant sur le manchon dans lequel elle est guidée. Une pièce isolante B, fixée sur l'électrode, prévient toute dérivation par le couvercle et sert de butée quand on soulève le fil négatif pour mettre la pile au repos.

---

[1] L'expression de « pile à un *seul* électrolyte », adoptée ici, a été proposée par le très regretté Alfred Niaudet, pour remplacer l'expression ancienne de *pile à un seul liquide*, dont le sens est trop général, car elle semble comprendre les couples à sels ou oxydes insolubles, qui sont des piles à deux électrolytes.

» Ce couple, dont la capacité est de 800cc, a une résistance de $0^{ohm},2$ à 4 ohms, selon le liquide employé : valeur négligeable quand la résistance totale du circuit galvanométrique atteint plusieurs milliers d'ohms; sa force électromotrice perd moins d'un centième de sa valeur par un travail de deux heures à l'intensité de *un milliampère*. On peut donc considérer la pile comme constante, pendant le peu de minutes nécessaires à une mesure de potentiel par les méthodes galvanométriques connues.



» Le *couple à minimum* (*fig.* 2) a les mêmes dimensions extérieures que le précédent; mais c'est l'électrode négative qui possède ici la plus grande surface, 5^{dq} environ. L'électrode positive est un fil de $0^{mm},5$ de diamètre, dont la surface immergée a moins de 1^{cq}. Les résistances de cette pile sont à peu près les mêmes que celles du couple à maximum.

» Pour mesurer la force électromotrice minimum du couple, on met les deux fils qui vont au galvanomètre en communication avec les deux bornes d'une clef de court circuit; on ferme la clef pendant plusieurs heures, puis on l'ouvre, et l'on fait aussitôt une mesure qui donne une valeur très approchée, sinon exacte, de la différence de potentiel cherchée. L'électrode positive de ce couple ayant une très petite surface, les produits d'oxydation formés par l'action de l'air ne s'élaborent qu'en faible quantité; ils sont complètement réduits par la fermeture en court circuit et ne se reforment pas assez vite pour troubler sensiblement la mesure.

A l'ouverture de la clef, *le couple ne renferme point de corps autres que ceux contenus d'après sa définition.*

» Avec ces deux modeles de pile, j'ai mesuré les forces électromotrices maxima et minima d'un certain nombre de combinaisons voltaïques à un seul électrolyte. Voici le Tableau des chiffres obtenus :

Désignation des piles.			Forces électromotrices en volts.	
Liquides.	Électrode négative.	Électrode positive.	Maxima.	Minima.
	Zinc ordinaire	Iridium	»	0,270
	Zinc amalgamé	»	»	0,289
	Zinc ordinaire	Platine	»	0,5
	Zinc amalgamé	»	»	0,561
	Zinc ordinaire	Or	»	< 0,156
	Zinc amalgamé	»	»	0,128
	Zinc ordinaire	Argent	»	< 0,098
Eau acidulée sulfurique.	Zinc amalgamé	»	»	0,108
Eau.... .... 1000 vol	Zinc ordinaire	Charbon	»	0,04
Acide sulfurique mo-	Zinc amalgamé	»	»	0,226
nohydraté 2	Zinc ordinaire	Plomb	»	0,144
	Zinc amalgamé	»	»	0,152
	Zinc ordinaire	Cuivre	0,94	0,194
	Zinc amalgamé	»	1,072	0,272
	Zinc ordinaire	Fer	0,429	0,309
	Zinc amalgamé	»	0,476	0,323
	Zinc amalgamé	Zinc ordinaire	»	0,09
	Fer	Cuivre	0,49 à 0,51	»
	Zinc ordinaire	Iridium		0,052
	»	Platine		0,034
	»	Or		< 0,028
	»	Charbon		< 0,040
	»	Argent		0,043
Solution de chlorure de sodium.	»	Cuivre	0,78	0,025
Eau.......... .. 1000 gr	Zinc amalgamé	»	0,82	»
Chlorure de sodium. 250	Zinc ordinaire	Fer	0,378	0,046
	Zinc amalgamé	»	0,469	»
	Zinc ordinaire	Plomb	0,503	0,044
	Zinc amalgamé	»	0,52	»
	Fer	Cuivre	0,27 à 0,25	»
	Plomb	»	0,27 à 0,25	»
Chlorure de zinc.				
Eau............. 1000 gr	Zinc ordinaire	Cuivre	0,85	»
Chlorure de zinc... 110	Zinc amalgamé	»	0,86	»

Désignation des piles.				Forces électromotrices en volts.	
Liquides.		Électrode négative.	Électrode positive.	Maxima.	Minima.
Sulfate de zinc.					
Eau	1000gr	Zinc ordinaire	Cuivre	0,998	»
Sulfate de zinc.....	500	Zinc amalgamé	»	1,04	»
Soude à la chaux.					
Eau	1000gr	Zinc ordinaire	Cuivre	1,06	»
Soude à la chaux...	250	Zinc amalgamé	»	1,09	»

» D'après les considérations exposées plus haut, il me semble que la force électromotrice d'un couple à un seul électrolyte doit être considérée comme la force électromotrice *vraie* du système; la surélévation de cette force jusqu'au maximum résulterait de l'addition spontanée de produits d'oxydation formés par l'intervention de l'air, produits dont l'action ne devrait pas être confondue avec les énergies chimiques mises en jeu dans le couple proprement dit. Je me permets de signaler cette observation aux physiciens qui cherchent à établir des concordances entre les forces électromotrices des piles et les données de la Thermochimie. »

PHYSIQUE APPLIQUÉE. — *Sur un sondeur électrique pour grandes profondeurs* Note de M. E. DE LA CROIX, présentée par M. de Quatrefages.

« Cet appareil est construit de façon à avertir du moment précis où il touche le fond. Accessoirement, il lui est adjoint un instrument enregistreur, destiné à supprimer les pertes de temps qu'entraînent les halages continuels de la ligne dans les sondages à grandes profondeurs.

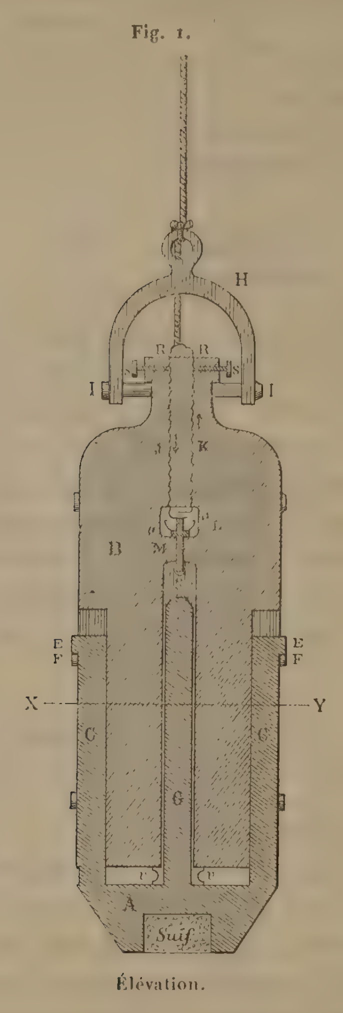
» La réalisation de la première de ces conditions repose sur l'emploi d'un courant électrique. A cet effet, la ligne de sonde se compose de deux fils métalliques enroulés en spirale et isolés l'un de l'autre par un fil de soie tordu autour de chacun d'eux. Un enduit isolant, capable de résister à l'action de l'eau, les entoure complètement et se trouve protégé à son tour par les torons d'un câble en chaume ou en osier. Cette ligne, qui n'est en somme qu'un simple câble télégraphique, est fixée à l'anneau du sondeur.

» Celui-ci se compose de deux parties métalliques distinctes A et B (*fig.* 1).

» La partie A peut se mouvoir dans le sens de l'axe, mais est guidée par

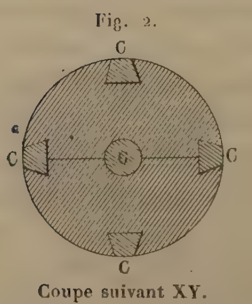
quatre tiges C, C, C, C (*fig.* 2), à section presque triangulaire, glissant dans des

Fig. 1.



Élévation.

Fig. 2.



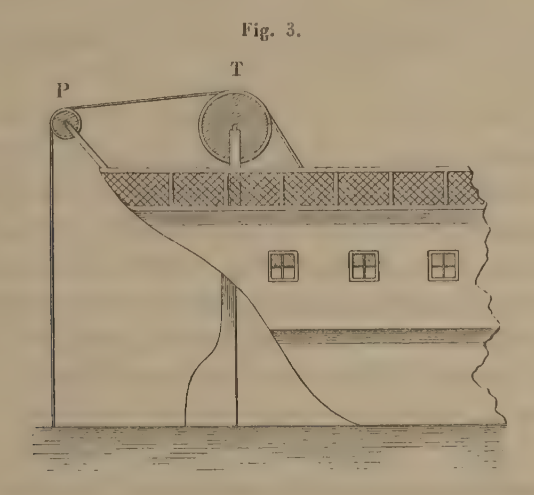
Coupe suivant XY.

rainures pratiquées dans les flancs de la masse B. L'extrémité supérieure

de ces tiges se termine par un petit coude E, émergeant à la surface de A et qui vient buter sur un cercle F agissant comme arrêt, de telle sorte que le sabot A ne peut s'éloigner de la masse de plus de $0^m,03$ environ. Ce sabot porte sur son centre une tige G glissant à frottement doux dans un trou cylindrique pratiqué dans l'axe même de la partie supérieure. Une garniture (v, v) en caoutchouc assure l'imperméabilité de cette ouverture cylindrique.

» La partie B se compose essentiellement de deux moitiés semi-cylindriques jointes ensemble au moyen de cercles ou de boulons. Elle porte à son extrémité supérieure un étrier H pouvant tourner autour d'un tourillon II. Dans l'intérieur du col, et de chaque côté de l'axe, sont pratiqués deux petits canaux servant de conduits (isolateurs) à deux fils élec-

Fig. 3.



triques J, K. Ceux-ci viennent aboutir à une petite chambre L, dans laquelle ils se recourbent à angle droit, mais sans se toucher.

» Une petite tige M, mobile dans le sens vertical, traverse la paroi qui sépare la petite chambre du trou cylindrique. A sa partie supérieure, elle est fixée au fil J et à son extrémité inférieure elle porte un bouton N; en son milieu, elle est pourvue d'un petit renflement servant d'arrêt et sur lequel viennent appuyer deux ressorts o, o qui, à l'état normal, pressent la tige sur le fond inférieur de la chambre.

» L'installation à bord consiste en un treuil T (*fig.* 3) autour duquel s'enroule la ligne. Les extrémités des deux fils métalliques renfermés dans cette dernière sont, par l'intermédiaire de l'axe du treuil, mis en communication l'un avec un générateur d'électricité, l'autre avec un timbre électrique.

» En quittant le treuil, la ligne vient passer sur une poulie P dont la gorge est en spirale (*fig.* 4). Afin d'éviter les glissements et les erreurs qui pourraient en résulter, la ligne fait un tour autour de la poulie, et même

Fig. 4.

plusieurs suivant que le poids du sondeur ou sa vitesse de descente est augmenté.

» La poulie de renvoi (P) porte sur son axe un compteur à quatre cadrans enregistrant les mètres, décamètres, hectomètres et kilomètres.

» Pour se servir de cet appareil, on commence par fixer l'extrémité de la ligne à l'anneau de l'étrier; on fait tourner celui-ci, puis on prend les bouts libres des deux fils électriques et on les fait entrer dans deux petits trous R, R ménagés dans le col du sondeur. On serre les deux vis de pression S, S et les deux fils de la ligne se trouvent alors en contact avec ceux du sondeur J et K. Ceci fait, on fait filer la ligne. La partie inférieure A se sépare, par son propre poids, de $0^m,03$ environ du corps principal B. On fait passer un courant électrique dans le fil J. Le sondeur descend, et, au moment précis où il touche le fond, la partie supérieure B vient se rejoindre au sabot inférieur, la tige G bute sur le bouton N. Le mouvement est transmis à la petite tige M qui vient aussitôt rapprocher les deux bouts des fils J et K. Le courant circulant dans le premier remonte immédiatement par le second, qui correspond avec le timbre électrique. On est donc averti du moment précis où le sondeur a atteint le fond de la mer et, au même moment, on lit les profondeurs sur les cadrans enregistreurs.

» Il n'est donc nul besoin de remonter la sonde. Pour faire des sondages continus, il suffit de relever un peu le sondeur (l'arrêt de la sonnerie avertit de l'instant où il a quitté le fond) et de le laisser retomber plus loin.

» *Nota.* — Afin d'augmenter la vitesse de descente, on pourrait disposer l'appareil de façon qu'il soit facile de lui adjoindre des poids additionnels que l'on largue au moyen d'un déclic. Ces poids pourraient être fixés

au sabot A; de cette façon, on augmenterait la résistance de ce dernier aux pressions qui tendraient à le faire remonter sur la partie B pendant la descente. »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur une méthode rapide pour déterminer le travail absorbé ou rendu par une machine dynamo-électrique.* Note de M. PIERRE PICARD, présentée par M. Th. du Moncel. (Extrait.)

« Puisque l'effort tangentiel exercé sur l'anneau d'une machine dynamo-électrique est, comme l'a démontré M. Marcel Deprez, proportionnel à l'intensité du courant qui le traverse, à partir du moment où cette intensité est suffisante pour saturer les inducteurs et quel que soit son état de repos ou de mouvement, il devient très facile de connaître le travail absorbé ou rendu par une de ces machines, au moyen d'un simple ampèremètre et d'un indicateur de vitesse.

» Pour cela la machine doit, préalablement et une fois pour toutes, être soumise à un essai destiné à déterminer, au moyen du *statomètre* que je vais décrire, ce que j'appellerai la *constante statométrique* d'une machine.

» Le *statomètre,* ainsi nommé parce qu'il sert à mesurer un effort statique, est disposé comme un frein de Prony. Il se compose d'un manchon muni d'un long bras et qu'on peut fixer sur l'arbre de la machine à expérimenter. Ce bras, équilibré par un contrepoids, peut osciller entre deux limites fixes, et il porte à son extrémité un plateau destiné à recevoir des poids.

» On lance dans la machine ainsi calée un courant juste assez intense pour saturer les inducteurs : on note cette intensité i qui est toujours connue d'avance [1]. L'anneau tend à tourner, et le bras du statomètre vient buter contre son arrêt supérieur. On met alors dans le plateau des poids suffisants pour équilibrer l'effort du courant, afin que le bras oscille entre ses deux butoirs sans les toucher.

» Le *statomètre* est, dans ces conditions, l'image parfaite d'un frein de Prony qui arrêterait complètement le moteur. L'expression du travail sera la même :

$$W = \frac{2\pi LPN}{60} = 0,$$

[1] On pourrait employer un courant plus fort, mais jamais plus faible.

L désignant la longueur du bras depuis l'axe jusqu'au point de suspension,
P le poids contenu dans le plateau,
N le nombre de tours par minute.

» Le travail est égal à zéro, parce que le facteur N est lui-même égal à zéro. Nous pouvons néanmoins effectuer les opérations en supprimant ce facteur N, et nous aurons

$$\frac{2\pi LP}{60} = \frac{\pi LP}{30}.$$

» Mais l'expression $\frac{\pi LP}{30}$ est obtenue avec un courant d'intensité i; avec un courant de 1^{amp}, elle devient $\frac{\pi LP}{30 i}$, qui est l'expression de ce que j'ai appelé la *constante statométrique* d'une machine.

» En remplaçant les lettres par leur valeur numérique indiquée par l'expérience, en faisant $L = 1^m$; $P = 2^{kg}$, $i = 6^{amp}$, nous aurons

$$K = \frac{\pi LP}{30 i} = \frac{3,1416 \times 1 \times 2}{30 \times 6} = 0,035.$$

» Le nombre 0,035 est la valeur numérique de la *constante statométrique* de la machine expérimentée.

» Lorsque cette machine fonctionnera, soit comme générateur, soit comme moteur, la valeur du travail absorbé ou rendu sera constamment donnée par la formule

$$W = KIN,$$

K étant la constante statométrique de la machine,
I l'intensité du courant,
N le nombre de tours par minute.

» Il va sans dire que le travail calculé sur la constante K est purement théorique et qu'il doit être affecté d'un coefficient d'augmentation ou de réduction, suivant que la machine est génératrice ou réceptrice. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur une nouvelle série de combinaisons du titane.* Note de M. A. **Piccini**, présentée par M. Friedel.

« C'est un fait reconnu que les composés du titane de la forme TiX^3 ont une grande analogie avec les composés correspondants du chrome et du

fer. Guidé par cette analogie, j'ai tenté la préparation des fluosels de titane correspondant au sesquioxyde et j'ai réussi à en obtenir un de potassium et deux d'ammonium : $TiFl^3, 2KFl$, $TiFl^3, 2NH^4Fl$ et $TiFl^3, 3NH^4Fl$.

» On peut obtenir le fluosel $TiFl^3, 3NH^4Fl$, soit en versant peu à peu la solution aqueuse de trichlorure de titane dans une solution concentrée de fluorure d'ammonium ou bien, d'une façon plus élégante, en réduisant avec le pôle négatif de la pile le fluotitanate normal dissous dans une solution de fluorure d'ammonium. De quelque façon qu'on le prépare, c'est un précipité violet, cristallin; il est peu soluble dans l'eau et pas du tout dans une dissolution de fluorure d'ammonium. Si on le lave préalablement avec de l'eau, puis avec une solution concentrée de fluorure d'ammonium, ensuite avec une petite quantité d'alcool concentré, et qu'enfin on l'expose à l'air après l'avoir étendu sur le filtre, une profonde métamorphose s'accomplit. D'abord la couleur violette pâlit, devient ensuite jaune sale, et après plusieurs heures, lorsque la dessiccation est complète, on ne voit qu'un beau jaune foncé. La masse jaune, qui résulte, est complètement soluble dans l'eau, et la solution, qui est d'un beau jaune d'or, s'altère sensiblement, même à la température ordinaire, en dégageant de petites bulles gazeuses.

» Par évaporation dans le vide ou à l'air, on obtient des petits octaèdres réguliers, jaunes, transparents, doués d'un grand éclat et souvent mêlés à des aiguilles jaunes aussi et très fines. Il est bien difficile, pour ne pas dire impossible, de séparer mécaniquement les deux espèces de cristaux, soit parce qu'ils sont très petits, soit parce qu'ils sont presque toujours superposés les uns aux autres. Cependant, si l'on traite leur solution par un excès de fluorure d'ammonium, on obtient un précipité formé entièrement d'octaèdres réguliers. Ce composé octaédrique, insoluble dans une solution de fluorure d'ammonium, se dissout très bien dans l'eau. La solution est couleur jaune d'or :

» 1° Acidifiée avec de l'acide sulfurique étendu, elle décolore et est décolorée par le permanganate de potasse avec dégagement d'oxygène;

» 2° Avec l'ammoniaque, elle donne un précipité floconneux, jaune clair, qui se dissout facilement dans l'acide sulfurique étendu et froid en donnant un liquide jaune rouge, qui se décolore et est décoloré par le permanganate de potasse avec dégagement d'oxygène. Si à cette solution jaune rouge on ajoute du fluorhydrate de potassium, une partie du titane se précipite à l'état de $TiFl^4, 2KFl + H^2O$, le liquide se décolore et donne avec la plus grande netteté la réaction de Barreswil.

» On peut donc être sûr que, dans le composé octaédrique, il y a de l'oxygène à l'état auquel on le trouve dans l'eau oxygénée, ce qui est démontré par une autre série d'expériences entièrement indépendante de celle-ci.

» Les cristaux octaédriques contiennent du titane, du fluor, de l'ammonium et de l'oxygène; leur analyse conduit à la formule $TiO^2Fl^2, 3NH^4Fl$.

» Il n'y a pas de doute que ce fluoxysel (dont le radical acide correspond parfaitement à ceux des fluoxysels normaux de molybdène et de tungstène) se forme dans des conditions assez singulières, et je crois que c'est le premier exemple d'un corps qui passe d'une forme inférieure à la forme limite à une supérieure, tandis que dans le milieu il y en a une, qui est la plus stable de toutes, savoir la forme normale. La réaction qui se produit est peut-être la suivante : le composé violet tendant à passer à la forme normale absorbe l'oxygène et se dédouble suivant l'équation

$$2(TiFl^3, 3NH^4Fl) + O^2 = TiFl^4, 3NH^4Fl + TiO^2Fl^2, 3NH^4Fl.$$

» Il est de fait que la substance jaune, qui se forme par l'exposition à l'air, contient une quantité considérable de fluotitanate normal; des expériences nouvelles décideront si l'équation donnée représente exactement le phénomène.

» Mais cette série de sels jaunes peut être obtenue par une autre méthode. En ajoutant à la solution sulfurique d'acide titanique assez d'eau oxygénée pour arriver au rapport TiO^2, H^2O^2, on obtient un liquide jaune rouge, qui, comme je l'ai démontré l'année dernière ([1]), par l'addition d'une quantité minime d'eau oxygénée, donne la réaction de Barreswil. Or, si, après avoir atteint cette limite, on neutralise le liquide avec de l'ammoniaque, on obtient une solution d'un jaune plus clair, duquel le fluorure *neutre* d'ammonium précipite une poudre cristalline formée d'octaèdres jaunes microscopiques, identiques avec ceux obtenus par l'autre méthode. Si dans la précipitation on n'a pas ajouté assez de fluorure d'ammonium, le liquide reste encore un peu coloré, même après que les cristaux octaédriques se sont séparés, et dépose, par évaporation à l'air, des aiguilles jaunes très fines, comme celles obtenues par l'autre méthode. Ces aiguilles sont formées par un fluoxysel hydraté contenant moins de fluorure d'ammonium que le sel octaédrique.

» Les recherches dont je viens de donner un très court résumé, qui con-

([1]) *Atti della R. Accademia dei Lincei*, 3e série, t. XIII.

duisent à la découverte d'une nouvelle série de fluoxysels de titane dont on n'avait jamais jusqu'ici soupçonné l'existence, confirment aussi mes conclusions sur la réaction de l'eau oxygénée avec l'acide titanique. Je disais alors qu'il était bien difficile de se prononcer sur la nature de la réaction qui a lieu entre ces deux substances; certainement il aurait été très simple de la regarder comme une addition moléculaire ($TiO^2 + H^2O^2$), mais les faits connus dès lors suffisaient pour élever bien des doutes. D'un autre côté, je n'avais pu obtenir alors aucun dérivé correspondant à TiO^3. La série de fluoxysels que j'ai obtenue depuis comble cette lacune; ils ont le radical acide formé par TiO^3, dans lequel l'atome d'oxygène est remplacé par deux atomes de fluor, précisément comme les fluoxymolybdates et les fluoxytungstates ont leur radical acide formé par MO^3 et WO^3, dans lesquels l'atome d'oxygène est remplacé par deux atomes de fluor. Mais, quoique par leurs formules ces séries se ressemblent, elles ont une constitution bien différente. Il suffira de rappeler la réaction que le sel octaédrique donne avec le permanganate de potasse, réaction qui est commune aux peroxydes qui dépassent la forme limite (et même au peroxyde de didyme, découvert par Brauner, comme j'ai pu le constater avec un petit échantillon de ce produit, préparé par l'action de l'eau oxygénée). Ajoutons que la solution jaune du sel octaédrique est décolorée par l'acide fluorhydrique, tandis que le fluor remplace l'oxygène *atome par atome;* c'est-à-dire que le couple (O^2) équivaut ici *par substitution* à deux atomes de fluor,

$$TiO^2Fl^2 + 2HFl^2 = TiFl^4 + H^2O^2.$$

» Je crois que l'étude de cette réaction nous donnera le moyen d'accorder l'existence de ces fluoxysels, parfaitement caractérisés, avec les idées actuelles sur les limites des combinaisons. Je donnerai plus tard la description complète de plusieurs fluoxysels de titane appartenant à cette série nouvelle. Je me propose ensuite d'appliquer la réaction des *fluorures neutres* aux autres peroxydes qui réduisent le permanganate de potasse avec dégagement d'oxygène, et j'espère que ces recherches montreront que, pour bien d'autres éléments, comme pour le titane, il peut exister des combinaisons parfaitement caractérisées et supérieures à la limite.

» Pour la forme cristalline, le composé $TiO^2Fl^2, 3NH^4Fl$ vient se placer à côté du $NbOFl^3, 3NH^4Fl$, qui contient aussi le même nombre d'atomes. »

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Recherche et dosage du zinc et du plomb dans les minerais de fer.* Note de M. A. **Deros**, présentée par M. Wurtz.

« Tous les chimistes qui ont à doser fréquemment le zinc et le plomb dans les minerais de fer savent combien les opérations sont longues et délicates. C'est surtout aux essayeurs et aux chimistes chargés des travaux du laboratoire dans les usines métallurgiques que les procédés que je vais exposer rendront des services. Les méthodes électrolytiques ont d'ailleurs l'avantage de ne demander que très peu de manipulations et de n'exiger aucune surveillance; le travail se fait en quelque sorte tout seul; les appareils, peu coûteux et d'un emploi facile, ne réclament qu'un entretien insignifiant; enfin les résultats sont très exacts.

» *Recherche qualitative du zinc dans les minerais de fer.* — Il n'est pas toujours facile de découvrir de petites quantités de zinc dans les minerais de fer quand on n'a pas de spectroscope à sa disposition. Le procédé suivant, très sensible, permet de constater facilement la présence de $0^{gr},0005$ de zinc dans 1^{gr} de minerai.

» La solution chlorhydrique de cette quantité de la matière à essayer est versée peu à peu, et en agitant, dans un excès d'ammoniaque. Quand le mélange est refroidi, on le soumet à l'électrolyse dans une capsule de platine qui sert de pôle positif; le pôle négatif est constitué par une petite spatule de platine ou un fil de ce métal aplati à son extrémité. Le courant doit être assez fort et capable de dégager 300^{cc} à 400^{cc} de gaz détonant à l'heure [1].

» Il faut s'assurer de temps en temps que la liqueur dégage toujours une forte odeur ammoniacale.

» Au bout de trois ou quatre heures la spatule de platine est retirée et lavée à l'eau distillée. On dissout ensuite l'enduit grisâtre dont elle est recouverte au moyen de quelques gouttes d'acide sulfurique dilué que l'on réunit dans une petite capsule de platine; on y ajoute une goutte d'une solution faible de chlorure de cobalt et le tout est évaporé au-

---

[1] J'obtiens un courant très régulier et suffisamment fort avec 8 éléments de Callaud, modèle de la Compagnie d'Orléans. Toutes les piles capables de donner un courant très constant peuvent être également employées.

dessus d'un bec de Bunsen, puis chauffé au rouge vif. S'il y a du zinc, il se produit une coloration verte caractéristique, très sensible encore avec les quantités indiquées plus haut.

» *Dosage du zinc dans les minerais de fer.* — La solution chlorhydrique de 1^{gr} de minerai est versée dans une grande capsule en platine contenant un excès d'ammoniaque, puis le mélange est soumis à l'électrolyse comme je l'ai indiqué plus haut. Je trouve commode d'employer dans ce cas, comme pôle négatif, une feuille de platine de $0^{m},03$ de large sur $0^{m},04$ ou $0^{m},05$ de longueur. Au bout de douze heures, le zinc est complètement précipité, ce dont il faut s'assurer d'ailleurs en remplaçant la lame sur laquelle s'est fait le dépôt par une autre. La feuille de platine est lavée rapidement par immersion dans l'eau distillée (quelques précautions sont nécessaires, le dépôt zinc étant peu adhérent), puis elle est plongée dans une solution de potasse ou de soude caustique à 8° ou 10° B. Le zinc seul se dissout. Le liquide alcalin est soumis de nouveau à l'électrolyse. Je me sers dans ce cas de l'appareil imaginé par M. Riche. Le zinc forme sur le cône taré d'avance un enduit gris très adhérent. Le dépôt est complet au bout de six à huit heures. On lave alors à l'eau distillée, puis à l'alcool et enfin à l'éther, on sèche à 90° ou 100° et l'on pèse. Les résultats sont très exacts. Il est prudent d'opérer le lavage à l'eau distillée sans arrêter le courant.

» *Recherche et dosage du plomb dans les minerais de fer.* — Pour doser le plomb dans un minerai de fer, on attaque à l'acide chlorhydrique 1^{gr} de celui-ci finement porphyrisé. L'attaque se fait dans une fiole conique. On met peu d'acide et l'on ajoute un fragment de cadmium pur (1) (3^{gr} ou 4^{gr} environ). Il faut chauffer modérément, sinon la réaction serait trop tumultueuse. Lorsque l'attaque est complète et qu'il ne se dégage plus de bulles de gaz autour du cadmium restant, le plomb est totalement précipité. On décante alors le liquide avec précaution en prenant soin de ne pas entraîner les parcelles de plomb qui ont pu se détacher du cadmium, et on lave plusieurs fois à l'eau distillée. Lorsque le lavage est complet (2), on ajoute 5^{cc} ou 6^{cc} d'acide azotique qui dissolvent promptement le cadmium

---

(1) J'emploie le cadmium de préférence au zinc, parce qu'il est très difficile de se procurer dans le commerce ce dernier métal tout à fait exempt de plomb.

(2) Il est important de laver complètement, car le manganèse, presque toujours présent, donne également au pôle positif un dépôt brun de peroxyde qui serait pesé avec le peroxyde de plomb.

et le plomb précipité. On verse le tout dans le creuset de l'appareil de M. Riche, on rince la fiole trois ou quatre fois à l'eau distillée, puis on soumet à l'électrolyse, en ayant soin de faire communiquer le creuset avec le pôle négatif de la pile et le cône avec le pôle positif (5 éléments Callaud suffisent).

» Au bout de quatre ou cinq heures, le plomb est complètement déposé au pôle positif à l'état de peroxyde. On lave à l'eau distillée, on sèche et l'on pèse. Le poids du peroxyde trouvé, multiplié par 0,866, donne très exactement le poids du plomb contenu dans le minerai.

» Ce procédé si simple et si rapide constitue aussi un moyen de recherche du plomb fort sensible. En effet, la coloration brune due au dépôt du peroxyde de plomb se détache nettement sur la surface brillante du platine. Un demi-milligramme dans 1^{gr} de minerai donne encore une coloration très visible.

» Ce procédé s'applique très bien au dosage du plomb dans les minerais de ce métal; il suffit de quelques modifications, qui feront l'objet d'une autre étude. »

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Sur la formation de quantités notables d'alcool dans la fermentation panaire*. Note de M. V. MARCANO, présentée par M. Wurtz.

« J'ai eu l'honneur d'annoncer à l'Académie (1) que la fermentation panaire, sous les tropiques, est due à une bactérie dont j'ai pu étudier les états successifs : spores, tubes mycéliens, etc., et que ces microbes peptonisent le gluten et l'albumine, en même temps qu'ils solubilisent les grains de fécule en donnant de la dextrine et du glucose.

» D'autre part, j'ai annoncé que, dans ces régions (Caracas, Venezuela), la fermentation alcoolique a généralement lieu sous l'influence vitale des bactéries, qui paraissent y remplacer fréquemment, sinon exclusivement, les *saccharomyces*.

» D'après ces données, on doit s'attendre à trouver dans la pâte des quantités notables d'alcool correspondant à la fécule disparue. La vérification de cette conséquence forme l'objet du présent Mémoire.

» Ce produit, auquel j'ai eu recours, correspond à celui qu'on appelle en France *levain de chef*, mais il est préparé d'une autre façon. Au lieu de garder, du jour au lendemain, une portion de la pâte fermentée, les bou-

(1) *Comptes rendus*, t. XCVI, n° 26.

langers de la localité préparent chaque fois le ferment, à nouveau, en mélangeant des pommes de terre, des ignames, etc., cuits à la vapeur et réduits en pulpe, avec de l'eau et de la farine. La fermentation se déclare immédiate et tumultueuse, en dégageant des torrents d'acide carbonique.

» Par l'agitation, on a rendu homogène le contenu d'une cuve dans laquelle on préparait ce levain et l'on en a pris 300^{gr}, qu'on a distillés dans un appareil semblable à celui qui a servi à M. Müntz pour déceler l'alcool dans la terre et la neige. On a obtenu par ce moyen de l'alcool à 86° dont la quantité, toutes corrections et calculs faits, était de $16^{cc},4$ d'alcool absolu, ce qui correspond à la quantité énorme de $52^{cc},7$ d'alcool par kilogramme de levain. J'ai l'honneur de joindre à cette Note un échantillon de l'alcool ainsi obtenu.

» Le résidu solide, formé par de la cellulose et très peu de fécule, pesait à l'état sec $13^{gr},5$. Le liquide restant était chargé de dextrine.

» Un résultat tout aussi net a été obtenu en distillant avec de l'eau la pâte de pain, avant sa mise au four. Ces expériences, faciles à répéter, montrent que la formation de l'alcool, aux dépens de la fécule, dans la fermentation panaire, constitue sous les tropiques un phénomène aussi constant que régulier. »

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Détermination des causes qui diminuent la réceptivité de certaines régions de l'organisme, pour le virus du charbon bactérien ou symptomatique, et transforment une inoculation mortelle en inoculation préventive.* Note de MM. **Arloing**, **Cornevin** et **Thomas**, présentée par M. Bouley.

« Dans la pratique, les tumeurs du charbon symptomatique ne s'observent pas, chez le bœuf, sur la partie inférieure des membres et de la queue. Ce fait nous a engagés à rechercher ce qui se passerait dans le cas d'insertion expérimentale du virus dans ces régions, surtout la région coccygienne.

» Pour injecter le virus dans le tissu conjonctif sous-cutané de la queue du bœuf, il faut creuser, au préalable, le trajet de la canule de la seringue avec un fin trocart ou une simple tige métallique piquante. Nous avons pu, par ce moyen, mener à bien une suite d'inoculations pratiquées de $0^{m},10$ en $0^{m},10$ du sommet à la base de la queue, choisissant pour chacune d'elles un sujet nouveau.

» Au milieu du toupillon qui garnit l'extrémité de la queue, l'injection

sous-cutanée de 1 à 6 gouttes de suc musculaire virulent ne produit généralement pas de troubles locaux ni de mouvement fébrile bien notable; 10 à 15 gouttes déterminent une hyperthermie de 1° à 1°, 5; 20 gouttes provoquent de plus un engorgement exsudatif localisé au pourtour de l'inoculation.

» Lorsqu'on inocule à $0^m,10$ au-dessus du toupillon, les phénomènes consécutifs sont à peu près identiques; mais, à $0^m,20$, les troubles généraux sont plus graves et plus durables et, parfois, s'accompagnent d'une tumeur symptomatique éloignée du siège de l'inoculation. Ainsi une métisse hollandaise, inoculée le 15 mars 1883, à $0^m,20$ de l'extrémité de la queue et dont la température était 39°,6, présenta de simples phénomènes fébriles les 16 et 17; puis tout à coup, le 18, elle fut prise d'inappétence et resta en décubitus permanent; sa température était 41°, 9. Ces nouveaux symptômes coïncidaient avec le développement d'une tumeur crépitante dans la portion dorsale du muscle iléo-spinal. La mort survint le 19; l'autopsie ne révéla pas la moindre traînée inflammatoire ou lésion organique entre le point d'inoculation et la tumeur.

» Au fur et à mesure qu'on s'élève vers la base de la queue, les dangers de localisations secondaires, et même, au-dessus du niveau des tubérosités ischiatiques, les dangers de localisations primitives augmentent dans une grande proportion, tout en restant moitié moins grands que si le virus est déposé dans la cuisse ou l'encolure.

» Faut-il conclure que la réceptivité de la région coccygienne pour le virus bactérien soit nulle près du sommet? Non; la réceptivité diminue graduellement de haut en bas, sans jamais devenir nulle : la preuve est l'immunité dont jouissent les animaux survivants.

» Nous sommes donc en présence d'un fait analogue à ceux que M. Willems a observés pour la péripneumonie contagieuse du bœuf, que M. Toussaint a eu sous les yeux pour le sang de rate du mouton et qui a été signalé aussi pour la clavelée.

» Peut-être serait-il permis de dire que la queue, chez tous les animaux, mais à des degrés divers, se prête difficilement à l'évolution locale des virus et, consécutivement, transforme plus ou moins une inoculation mortelle en inoculation vaccinale. Mais les observations recueillies jusqu'à ce jour établissent que le bœuf est l'animal qui présente ce phénomène au plus haut degré.

» Pourquoi les microbes insérés dans le tissu conjonctif sous-cutané de la région coccygienne ne produisent-ils pas les désordres qu'ils engendrent

dans les autres régions du tronc et la partie supérieure des membres? On a invoqué la densité du tissu conjonctif; mais ne serait-ce pas aussi parce que la température de la queue est inférieure à celle du corps?

» Pour juger cette hypothèse, nous avons élevé la température de la queue, après son inoculation, de 29°, 8, sa température normale, à 36°, 8 (la température extérieure étant 20°, 1), en l'enveloppant d'ouate et d'étoupes et la recouvrant d'un étui imperméable. L'expérience est commencée le 27 juin 1883; le 28 la température de la bête est de 40° : 0°, 4 d'augmentation. La queue est douloureuse au niveau de la portion enveloppée; rumination conservée. Le 29, température rectale à 41°, 2, rumination persiste, appétit moindre; même sensibilité locale. Le 1er juillet, la température a rétrocédé, l'appétit est bon; le 2, la bête semble revenue à l'état normal. On enlève le pansement; la queue est crépitante et insensible sur une longueur de 0m, 20, à partir du sommet; les tissus mortifiés sont gorgés de sérosité roussâtre où fourmillent les microbes du charbon symptomatique et non ceux de la septicémie, comme l'ont attesté plusieurs inoculations de contrôle. L'animal se remet des suites de cette expérience et l'on s'est assuré qu'il avait acquis l'immunité.

» Le réchauffement a donc suffi pour faire pulluler abondamment le virus à l'extrémité de la queue. Mais on peut se demander si la densité du tissu conjonctif n'a pas empêché l'accident local de s'étendre et de compromettre la vie du sujet. Pour le savoir, il aurait fallu faire la même expérience après avoir modifié la densité du tissu conjonctif. Dans l'impossibilité où l'on se trouve de réaliser cette condition sur le bœuf, nous avons tourné la difficulté en nous adressant au mouton, dont le tissu cellulaire coccygien est naturellement lâche, souple et abondant.

» Si l'on injecte le virus bactérien près de l'extrémité de la queue du mouton, sans modifier la température, il se développe une tuméfaction locale analogue à celle que l'on provoque chez le bœuf, par l'enveloppement. Ce résultat prouve que la laxité du tissu conjonctif peut suppléer à l'échauffement de la région.

» On fournit la contre-épreuve en refroidissant la région coccygienne du mouton, après l'inoculation, au moyen d'un sac imperméable à doubles parois, bourré de fragments de glace. Dans ce cas, il ne se développe pas d'accidents locaux; néanmoins le virus pénètre lentement dans l'organisme, circule avec le sang et engendre l'immunité; il peut même, si on le fait sortir du système circulatoire par une blessure, déterminer, *in loco*, une tumeur emphysémateuse mortelle, comme s'il s'agissait d'une injection intraveineuse.

» La température et la texture dense et serrée du tissu conjonctif de la région coccygienne concourent donc à l'atténuation des effets du virus charbonneux chez le bœuf. Si la température est un obstacle susceptible de modification, le tissu conjonctif s'oppose toujours, comme une barrière immuable, à l'envahissement de l'organisme.

» Il découle des résultats énoncés dans cette Note : 1° que les saisons tempérées seront les meilleures pour pratiquer les inoculations préventives; 2° que l'on doit s'en abstenir en été; 3° que si l'on est obligé d'inoculer pendant l'hiver, on aidera au succès en maintenant les animaux, durant les premiers jours, dans l'atmosphère chaude des étables.

» Il y a des analogies assez nombreuses entre le virus du charbon symptomatique et celui de la péripneumonie contagieuse; aussi les résultats exposés ci-dessus jettent-ils, ce nous semble, une certaine lumière sur la pathogénie des accidents qui surviennent à la suite de l'inoculation primitive de la péripneumonie pendant les chaleurs de l'été ou dans les étables encombrées. Si l'on veut bien s'en inspirer, il est probable que cette inoculation deviendra moins meurtrière.

» En élargissant la question, ces résultats provoqueront sans doute des observations et des recherches qui auront peut-être pour conséquence de donner à l'inoculation, dans les organes détachés et à tissu conjonctif rare et condensé, la valeur d'une méthode générale d'atténuation des virus. »

PHYSIOLOGIE ANIMALE. — *Sur la provenance du soufre difficilement oxydable de l'urine.* Note de MM. **R. Lépine** et **G. Guérin**, présentée par M. Vulpian.

« M. Künckel (*Pflüger's Archiv,* Bd. XIV, p. 352) a émis l'idée que le soufre incomplètement oxydé que l'urine renferme, comme on sait, d'une manière constante, provient en partie de la taurine. L'un de nous, en collaboration avec M. Flavard, a étayé cette hypothèse par un certain nombre de faits (*Comptes rendus,* 27 décembre 1880), et plus récemment M. le professeur Voit en a admis l'exactitude.

» Depuis nos premières recherches, nous avons fait faire un progrès à l'étude de cette question en montrant que *tout* le soufre incomplètement oxydé que renferme l'urine ne se comporte pas de même en présence du chlore, ou mieux du brome ([1]), qu'une partie est complètement oxydée

([1]) Voir, relativement à la préférence à accorder au brome, et non au chlore, la *Revue de Médecine*, 1881, p. 925, en note.

par l'un et l'autre de ces agents (soufre facilement oxydable), tandis que l'autre, la plus grande en général, ne l'est que par la calcination en présence du nitrate de potasse et de la potasse (soufre difficilement oxydable). C'est dans cette partie réfractaire à l'action du brome que se trouve le soufre d'origine biliaire. Nous avons démontré ce fait, que la stabilité bien connue de la taurine et de ses dérivés rendait *a priori* fort vraisemblable, par de nombreuses expériences faites sur le chien, dans lesquelles, en rendant plus abondante la quantité de bile résorbée, nous augmentions considérablement le soufre difficilement oxydable de l'urine (*Revue de Médecine*, 1881, p. 924 et suiv.).

» Nous avons d'ailleurs explicitement indiqué (*ibid.*, 1881, p. 1003) qu'une partie du soufre difficilement oxydable a une autre origine. Entre autres preuves, nous apportons aujourd'hui la suivante :

» Chez une chienne à fistule biliaire *complète* et qui était dans l'impossibilité de lécher sa fistule, nous avons à plusieurs reprises pratiqué le dosage du soufre et de l'azote de l'urine. Voici, comme exemple, quelques-uns de nos résultats, les chiffres rapportés à 1^{lit} d'urine :

I. — *Régime de la soupe* (pain et graisse).

Azote	4,6
SO^4H^2 préexistant (¹)	0,546
» obtenu après l'action du brome	0,63
» » par la calcination	0,898
Soufre total (²)	0,287
» difficilement oxydable (³)	0,0857

II. — *Régime de la viande de cheval* (1^{kg} par jour).

Azote	43
SO^4H^2 préexistant	3,6
» obtenu après l'action du brome	3,67
» » par la calcination	4,8
Soufre total	1,53
» difficilement oxydable	0,35

» Si l'on représente le soufre total par 100, le soufre difficilement oxy-

(¹) C'est-à-dire l'état de sulfates et d'acides sulfoconjugués.

(²) Obtenu du nombre précédent (0,898), sachant que 100 SO^4H^2 renferment sensiblement 32 S.

(³) Obtenu de la différence des deux SO^4H^2 *produits* par la calcination et par le brome (0,898 — 0,63 = 0,268), d'où l'on tire le soufre.

dable sera, dans la première urine (régime de la soupe), égal à 30, et dans la seconde (régime de la viande) égal à 23; si l'on représente l'azote par 100, le soufre difficilement oxydable sera dans la première urine égal à 1,8, et dans la seconde à 0,8.

» Ainsi, dans ces deux urines, malgré la fistule biliaire complète, il y avait une notable proportion de soufre difficilement oxydable [1]; donc ce dernier ne provient pas exclusivement de la bile.

» Les faits cliniques confirment cette manière de voir, car il résulte de nos dosages, extrêmement nombreux, que l'urine renferme, par rapport à l'azote et au soufre total, une forte proportion de soufre difficilement oxydable dans beaucoup d'états pathologiques où il n'y a aucun motif pour supposer que la production et la résorption du *soufre biliaire* soient augmentées : ainsi dans certaines pneumonies, dans divers états cachectiques, dans l'intoxication saturnine aiguë sans ictère. »

ANATOMIE ANIMALE. — *Sur le développement de la branchie des Céphalopodes.* Note de M. L. JOUBIN, présentée par M. de Lacaze-Duthiers.

« Les recherches de Kölliker sur le développement des Céphalopodes, tout en jetant un grand jour sur l'embryogénie de ces animaux, ont cependant laissé obscure l'origine de l'organe de la respiration. Je me suis occupé, dans les laboratoires de M. le professeur de Lacaze-Duthiers, à Banyuls et à Roscoff, de combler cette lacune, en étudiant principalement la *Sepia officinalis,* dont les pontes sont faciles à se procurer.

» Les branchies de l'embryon apparaissent dans les premiers temps du développement, sous forme de deux petits bourgeons situés symétriquement, par rapport au plan antéro-postérieur, sur le milieu de ce qui deviendra par la suite la paroi postérieure de la cavité palléale. Le bourgeon, produit par une poussée de la couche épithéliale par les cellules de la couche sous-jacente, ne tarde pas à s'allonger et à former une petite éminence bien différenciée, arrondie au sommet et fixée par une large base.

[1] On remarquera que les nombres exprimant le rapport du soufre difficilement oxydable au soufre total et à l'azote sont beaucoup plus faibles dans la seconde urine que dans la première. Cela tient à ce que, la production de la bile étant plus abondante sous l'influence du régime carné, il y avait dans ce cas, à cause de la fistule, une plus grande perte de soufre qui, sans cette circonstance, aurait été retrouvé dans l'urine à l'état de soufre difficilement oxydable.

Il m'a été impossible, même sur les embryons les plus jeunes que j'ai pu avoir, de constater la présence de cils vibratiles sur la branchie, tandis que la cavité palléale en est tapissée; le bourgeon s'aplatit ensuite de façon à présenter deux faces : l'une postérieure, appliquée contre la masse viscérale; l'autre antérieure, qui est ensuite recouverte par le manteau qui limite en montant la cavité respiratoire.

» Sur cette petite lame, qui a environ $\frac{1}{3}$ de millimètre de long, apparaît, vers le milieu, un premier pli horizontal, puis un second plus près de la pointe, puis un troisième encore plus près de l'extrémité libre, et ainsi de suite. Ces plis forment des enfoncements sur une des faces, correspondant à des éminences sur l'autre face; le bourgeon branchial est donc devenu une lame ondulée; successivement d'autres replis apparaissent, toujours vers la pointe, pendant que l'ensemble de l'organe s'accroît en dimensions, de façon que la longueur de $\frac{15}{10}$ de millimètre correspond à une douzaine de plis. Mais ceux-ci n'occupent pas toute la surface de la jeune branchie; un espace est réservé le long de ses deux bords, l'externe et l'interne, où se formeront, dans l'un le vaisseau efférent et dans l'autre la glande spéciale de la branchie.

» Une de ces ondulations, considérée dans sa totalité, peut être considérée comme un demi-cercle formé de trois courbes parallèles de cellules, une moyenne comprise entre une externe convexe et une interne concave; supposons les deux extrémités de cet arc fixées sur un même plan. Si l'accroissement se produisait avec une égale rapidité dans les trois couches de cellules, on aurait bientôt un grand cul-de-sac, non plus en demi-cercle, mais plus ou moins conique et profond; mais les choses se passent différemment : les cellules de la couche moyenne s'accroissent en nombre et chassent devant elles l'épithélium formant la surface convexe, tandis que celui qui forme la couche concave ne se modifie pas. En s'avançant de plus en plus au moyen d'un foyer terminal de division des cellules, la couche moyenne détermine une lame tapissée sur ses deux faces par l'épithélium convexe. Les cellules de cette lame, d'abord contiguës, ne tardent pas à se séparer les unes des autres, de façon à former des lacunes, et en de certains points des vaisseaux. Il en résulte que, ce processus se répétant alternativement à droite et à gauche de la lame ondulée primitive, on obtient des coupes de la branchie composées d'un axe un peu ondulé, d'où partent à droite et à gauche, en alternant, des lames d'autant plus longues que l'on s'éloigne davantage de l'extrémité de la branchie. Un peu plus tard, on distingue facilement une petite bandelette musculaire qui

suit le bord inférieur de chacune des lames composant la branchie et qui la fixe.

» Chacune des lames formées, comme je viens de le dire, produit à son tour une série d'ondulations en se plissant dans le sens de sa largeur. Mais, cette fois, les ondulations se creusent beaucoup et correspondent à de fortes éminences de l'autre côté; il ne se forme pas de productions nouvelles aux dépens de la couche moyenne qui reste partout égale et conserve ses deux épithéliums. Ces ondulations partent du point d'attache de la lame, pour aller en diminuant jusqu'à la pointe, où se trouve le foyer d'accroissement et où se forment les nouveaux plis.

» Enfin, dans l'adulte, on remarque un troisième système d'ondulations, de troisième ordre par conséquent, situées verticalement au point d'inflexion des lames dont je viens d'étudier la formation. Ces séries de nouveaux plis n'apparaissent qu'assez tard chez l'embryon; au moment où, sur le point de sortir de l'œuf, il mesure environ 15^{mm} de long, on n'en voit encore que des traces peu perceptibles, mais qui se distinguent assez bien en faisant des injections dans la branchie, opération fort délicate.

» Quant aux vaisseaux de la branchie, celui qui lui apporte le sang se voit de bonne heure, dès le commencement de la formation des lames; il occupe à peu près le centre de l'organe et est compris dans la base des lames et la glande de la branchie qui, elle aussi, est à cette époque nettement marquée. Le vaisseau efférent se ferme sur la crête de la branchie et sur le bord externe des lames; il est ondulé comme les parties qui le portent et sort de la branchie à la base pour se continuer par l'oreillette du cœur. »

PHYSIOLOGIE ANIMALE. — *Sur les fonctions du sac rénal chez les Hétéropodes.* Note de M. L. **Joliet**, présentée par M. de Lacaze-Duthiers.

« Dans une série de Mémoires publiés de 1851 à 1855 sur les Ptéropodes et Hétéropodes, et en particulier sur le Phyllirhoë-Bucephalum et sur les Firoles, Leuckart, Müller et Gegenbaur ont attiré l'attention sur un fait qui était précisément, à la même époque, observé chez divers Acéphales par Kéber, de Lacaze-Duthiers et Langer : le fait de la communication de la cavité péricardique avec l'extérieur par l'intermédiaire de l'organe rénal.

» D'après les trois premiers auteurs, cette disposition anatomique a pour objet de permettre à l'eau ambiante puisée au dehors par l'organe rénal de

se mêler au sang. Cette opinion, développée en plusieurs passages de leurs écrits, a été reproduite par Claus dans son *Traité de Zoologie*.

» Leuckart déclare n'avoir pu, malgré ses efforts, observer le passage de l'eau du rein dans le péricarde. « Il est vrai, dit-il, que les effets de cet » afflux pourraient être contrebalancés et masqués par ce fait que l'eau » introduite pénétrait au fur et à mesure dans l'oreillette du cœur à travers » les perforations de sa paroi. »

» Pour ma part, voici ce que j'observai le 7 décembre 1880 sur un Phyllirhoë bien vivant :

» Au début, le sac rénal était plissé et chiffonné ; je le vis se distendre lentement. Pendant toute la durée du gonflement, l'orifice externe resta clos, tandis que les cils de l'orifice péricardique battaient constamment de l'intérieur vers l'extérieur.

» Leur mouvement était certainement la cause de la distension lente du sac rénal. Lorsque celui-ci fut plein, l'orifice externe se desserra doucement, puis s'ouvrit ; sa lumière ronde resta visible pendant quelques secondes, puis disparut. Pendant ce temps, le sac était revenu sur lui-même : il était de nouveau plissé, ratatiné et vide. Il avait versé au dehors tout son contenu. Je répétai à plusieurs reprises la même observation ; elle me donna chaque fois le même résultat. D'ailleurs, tout mécanisme à l'aide duquel le sac rénal à parois minces et délicates pourrait se distendre de lui-même pour appeler l'eau du dehors m'a paru manquer.

» Chez les Firoles, il en est tout autrement. Non seulement les parois musculaires du sac rénal peuvent, en se contractant, diminuer comme chez le Phyllirhoë la cavité de l'organe, mais tout un système de muscles extérieurs peut produire une véritable diastole du rein par un mécanisme comparable à celui qui amène la diastole du cœur chez beaucoup de Crustacés.

» L'eau pénètre donc abondamment dans le rein des Firoles à chacun de ses battements ; le fait est incontestable, mais il s'agit, pour nous, de savoir :

» 1° Si, dans les conditions normales, cette eau pénètre jusque dans le péricarde ;

» 2° Si un liquide, au contraire, ne sort pas du même réservoir.

» Pour répondre à la première question, le 8 janvier dernier, je plaçai une Firole bien vivante dans l'eau de mer sous la loupe et versai quelques gouttes d'encre de Chine autour de l'orifice externe du rein. L'encre appelée par la diastole pénétra dans l'organe, puis en sortit à la systole. Je répétai l'expérience plusieurs fois. Jamais aucune particule colorée ne pénétra dans le péricarde.

» Je pris alors une pipette extrêmement fine; je l'introduisis dans l'orifice rénal, et avec précaution je remplis l'organe du même noir. A chaque systole qui suivit l'opération, une bouffée d'encre sortait du rein, à chaque diastole une ondée d'eau pure la remplaçait si bien qu'au bout de çinq ou six mouvements alternatifs l'organe fut complètement lavé sans qu'aucune particule d'encre soit entrée dans le péricarde défendu, comme j'ai pu le constater, par une véritable valvule.

» Cette expérience a été répétée plusieurs fois. Je crois pouvoir conclure que, dans l'état normal, l'eau qui baigne la cavité du rein ne pénètre pas dans le péricarde.

» Mais sort-il un liquide du péricarde? Répondre à cette deuxième question semblait plus difficile.

» J'introduisis encore ma pipette dans la cavité du rein, mais cette fois je poussai fortement l'injection qui, le rein une fois distendu, franchit le passage péricardique en forçant la valvule.

» Le péricarde fut rempli d'encre qui reflua même dans les lacunes viscérales. Après un instant de stupeur, le cœur recommença à battre, le rein également et alors j'eus le plaisir de voir qu'à chaque diastole du rein une bouffée d'encre sortait du péricarde pour aller dans le rein et de là au dehors.

» J'observai longtemps le jeu de ce mécanisme, grâce auquel peu à peu l'encre versée dans le péricarde était rejetée au dehors. Le cœur d'abord, masqué par l'encre très noire qui l'entourait, redevenait peu à peu visible; je pus alors constater qu'il était rempli d'un liquide parfaitement transparent, qu'aucune particule n'y avait pénétré et que les perforations de sa paroi, à travers lesquelles, d'après Leuckart, l'eau devrait s'introduire dans sa cavité, étaient purement imaginaires.

» La Firole était fort bien portante; le soir, je la mis au frais dans une cuvette et le lendemain je la retrouvai encore agile; de l'encre qui avait rempli le péricarde il ne restait plus aucune trace.

» Cette expérience répétée une seconde fois m'a donné les mêmes résultats.

» J'en conclus que, chez les Firoles comme chez le Phyllirhoë, le sac rénal a pour fonction de puiser un liquide dans le sang pour le verser au dehors, mais non de puiser de l'eau au dehors pour la verser dans le sang. Je ne veux pas tirer de ces expériences plus qu'elles ne peuvent donner légitimement et je n'étendrai pas pour le moment au delà mes conclusions, mais il semble *a priori* que, comme je l'ai souvent entendu professer à

M. de Lacaze-Duthiers, un organe dont la principale fonction est de sécréter des produits d'élimination tels que l'urée ne doit pas se trouver sur le trajet de courants d'eau dirigés vers l'organisme, tandis qu'au contraire il est fort bien à sa place sur le parcours d'un courant centrifuge.

» On sait depuis longtemps que chez les Mollusques des quantités d'eau souvent importantes peuvent être introduites dans le système veineux ou rejetées au dehors pour des besoins ordinairement mécaniques. Mais on sait aussi qu'il existe des orifices spéciaux, tels que ceux que M. de Lacaze-Duthiers a décrits dans le Dentale, dans le Pleurobranche orange et la Théthys léporine et qui peut-être peuvent remplir ce but.

» Pour ce qui regarde les Hétéropodes qui seuls font l'objet de cette Note, il me semble que l'organe rénal, à côté de sa fonction glandulaire, à côté de la fonction respiratoire qu'il accomplit incontestablement chez les Firoles, a encore pour fonction de verser continuellement au dehors l'excès d'eau qui peut être introduit dans le sang, soit par des orifices spéciaux, soit par simple endosmose.

» J'insisterai encore sur l'importance du volume d'eau qui semble traverser l'organisme de beaucoup d'animaux aquatiques.

» Quelques calculs basés sur mes observations sur le Phillirhoë me font penser que ce petit Mollusque rejette au dehors un volume de liquide qui équivaudrait pour l'homme à environ 48^{lit} d'urine en vingt-quatre heures.

» Chez les Rotateurs, le volume de liquide expulsé doit être, dans beaucoup de cas, encore bien supérieur, car la vésicule pulsatile se vide souvent toutes les deux ou trois minutes.

» Chez le *Polyarthra platyptera*, je l'ai vue se contracter jusqu'à dix fois par minute, ce qui représenterait, pour l'eau expulsée pendant une heure, un volume au moins égal à celui de l'animal lui-même. »

ZOOLOGIE. — *Remarques sur le* Crocodilus robustus, *Vaill. et Grand., de Madagascar*. Note de M. L. Vaillant, présentée par M. E. Blanchard.

« Dans une Note présentée à l'Académie il y a quelques années [1], nous avons fait connaître, M. Grandidier et moi, un Crocodile, le *Crocodilus robustus*, dont les débris avaient été recueillis à Amboulintsâtre au milieu d'os d'Épiornis et d'un Hippopotame, espèces dont on ne connaît plus

---

(1) *Comptes rendus*, séance du 15 juillet 1872.

aujourd'hui de représentants vivants, ce qui nous avait porté à admettre que ce Reptile devait être considéré comme ayant également disparu. Les actives et intelligentes recherches de M. Humblot viennent aujourd'hui montrer que cette manière de voir n'est pas exacte; ce voyageur, en effet, a rapporté les dépouilles d'un Emydosaurien qui, évidemment, appartient à cette même espèce. Trois peaux et un squelette ont été obligeamment mis à ma disposition; grâce à ces matériaux, il est possible de se faire une idée plus complète de cet animal, les débris précédemment trouvés n'ayant guère permis d'étudier que la tête et quelques parties de la colonne vertébrale.

» Le *Crocodilus robustus* est remarquablement fort et trapu; le plus grand des exemplaires, donné à la collection du Muséum, ne mesure guère moins de 5^m, le plus petit $2^m,90$, d'après M. Humblot; certains individus peuvent atteindre de très grandes dimensions : il en a tué ayant jusqu'à 8^m et même 10^m. Cet animal présente nettement les caractères du genre Crocodile; la quatrième dent inférieure passe en dehors de la mâchoire supérieure, la formule dentaire est $\frac{19\text{-}19}{15\text{-}15}$, enfin les membres postérieurs sont munis d'une frange cnémienne et leurs doigts, au moins dans les deux espaces interdigitaux externes, sont palmés jusqu'à la naissance de la griffe. Par son angle symphysaire, variant, suivant les individus, de 38° à 45°, il se rapproche des Crocodiles à museau obtus. L'armure dorsale se compose d'une rangée de quatre écailles nuchales, d'un bouclier cervical formé de six scutelles sur deux rangs, très nettement séparé du bouclier dorsal; même sur le plus grand des exemplaires on ne trouve pas trace d'ossifications au ventre. La suture intermaxillo-maxillaire est rectiligne transversale.

» Ce Crocodile, on le voit par tous ces caractères, présente de grandes analogies avec ceux formant pour Gray la section des *Bombifrons* et en particulier est très voisin du *Crocodilus palustris*, Lesson (*Bombifrons indicus*, Gray); il en diffère surtout par son bouclier dorsal dont les verticilles, au milieu de la longueur, comptent six écailles sur une rangée transversale au lieu de quatre, comme cela se rencontre dans ce dernier.

On trouverait donc à Madagascar deux espèces bien distinctes de Crocodiles, ce *Crocodilus robustus* et le *Crocodilus madagascariensis*, Grand., celui-là rappelant la faune indienne, l'autre, par ses analogies avec le *Crocodilus vulgaris*, Cuv., var. *Suchus*, se rapportant plutôt à la faune africaine, fait en accord avec ce que les zoologistes ont déjà reconnu pour la répartition

des animaux dans cette île. D'après les renseignements précis fournis par M. Humblot, ces Crocodiles n'habitent pas les mêmes lieux : le premier, dont il est ici plus particulièrement question, se trouve dans de grands lacs de l'intérieur; le second, au contraire, se rencontre dans les lagunes du littoral et à l'embouchure des cours d'eau se jetant dans la mer. »

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la force osmotique des solutions diluées.* Note de M. **Hugo de Vries**, présentée par M. Ph. Van Tieghem.

« A l'occasion de recherches sur la turgescence des cellules végétales, j'avais besoin de connaître la grandeur relative des forces avec lesquelles des solutions de diverses substances attirent l'eau, quand elles en sont séparées par une membrane perméable. Le cas le plus simple pour résoudre cette question est donné quand la membrane laisse uniquement passer l'eau, tandis qu'elle est impénétrable pour les substances dissoutes. Ce cas se trouve réalisé d'une manière suffisante, pour les recherches qui vont suivre, dans la plupart des cellules végétales turgescentes. C'est donc à celles-ci que j'ai eu recours dans mes expériences.

» Mon but étant de connaître la grandeur relative des forces osmotiques de diverses substances, j'en ai déterminé ce que j'appelle les *concentrations isotoniques* (1), c'est-à-dire les concentrations de leurs solutions aqueuses, qui attirent l'eau avec la même force. Ces concentrations seront inversement proportionnelles aux attractions exercées sur l'eau par un poids donné des substances en question. Or, si l'on exprime la concentration par molécule ($H = 1^{gr}$), les valeurs obtenues seront inversement proportionnelles aux attractions exercées par une molécule des substances dont il s'agit, attractions que je veux appeler *coefficients isotoniques*.

» Pour déterminer les concentrations isotoniques de diverses substances, je me suis servi du phénomène de la plasmolyse, c'est-à-dire de la contraction du protoplasme vivant, et j'ai cherché, pour chaque substance, à étudier la concentration la plus faible provoquant cette contraction. Suivant les principes de la méthode plasmolytique, ces concentrations seront isotoniques entre elles, et leurs valeurs réciproques donneront les coefficients désirés. En choisissant des plantes convenables, ces déterminations sont susceptibles d'une très grande précision.

(1) De ἴσος, égal, et τόνος, tension.

» Voici les coefficients que j'ai déterminés, et qui sont valables pour des solutions très diluées, contenant environ 1 pour 100 du corps dissous :

COEFFICIENTS ISOTONIQUES.

Premier groupe.		
Sucre de canne.......	$C^{12}H^{22}O^{11}$	1,9
Sucre interverti.......	$C^6H^{12}O^6$	1,9
Acide malique........	$C^4H^6O^5$	2,0
Acide tartrique.......	$C^4H^6O^6$	2,0
Acide citrique..... ..	$C^6H^8O^7$	2,0
Deuxième groupe.		
Azotate de potasse.....	$KAzO^3$	3,0
Azotate de soude......	$NaAzO^3$	3,0
Chlorure de potassium.	KCl	3,0
Chlorure de sodium...	$NaCl$	3,05
Chlorhydr. d'ammon..	AzH^4Cl	3,0
Acétate de potasse....	$KC^2H^3O^2$	3,0
Citrate acide de potasse.	$KH^2C^6H^5O^7$	3,05
Troisième groupe.		
Oxalate de potasse....	$K^2C^2O^4$	3,9
Sulfate de potasse.....	K^2SO^4	3,9
Phosphate de potasse..	K^2HPO^4	4,0
Tartrate de potasse ...	$K^2C^4H^4O^6$	4,0
Malate de potasse.....	$K^2C^4H^4O^5$	4,1
Citrate acide de potasse.	$K^2HC^6H^5O^7$	4,1
Quatrième groupe.		
Citrate neut. de potasse.	$K^3C^6H^5O^7$	5,0
Cinquième groupe.		
Malate de magnésie...	$MgC^4H^4O^5$	1,9
Sulfate de magnésie..	$MgSO^4$	2,0
Sixième groupe.		
Citrate de magnésie...	$Mg^3(C^6H^5O^7)^2$	3,9
Chlor. de magnésium.	$MgCl^2$	4,3
Chlorure de calcium..	$CaCl^2$	4,3

» Il découle de ce Tableau :

» 1° Que les coefficients isotoniques des substances étudiées ont à peu près la même valeur pour les nombres d'un même groupe, et que ces valeurs sont, pour les divers groupes, à peu près dans le rapport de 2 : 3 : 4 : 5. Les groupes étudiés sont :

	Coefficients isotoniques.
1° Corps organiques	2
2° Sels alcalins, avec un atome de métal par molécule	3
» avec deux atomes de métal par molécule............	4
» avec trois atomes de métal par molécule	5
3° Sels alcalino-terreux, dérivés d'une molécule d'acide	2
» dérivés de deux molécules d'acide...........	4

» Les sels des acides organiques et inorganiques, de même que les sels neutres et acides, obéissent également à ces lois. Les acides inorganiques libres et les bases libres n'ont pas jusqu'ici pu être étudiés par ma méthode.

» Pour les sels examinés, le coefficient isotonique est égal à la somme

des coefficients partiels de toutes les parties composantes. Ces coefficients partiels sont :

Pour les acides	2
Pour les métaux alcalins	1
Pour les métaux alcalino-terreux	0

» Par cette règle, on peut trouver les coefficients de combinaisons non encore étudiées, mais appartenant aux mêmes groupes, par exemple : oxalate acide de potasse, KHC^2O^4, $1 + 2 = 3$; oxalate neutre de soude, $Na^2C^2O^4$, $2 \times 1 + 2 = 4$. Il découle de cette loi que dans les doubles décompositions des sels neutres, tant organiques qu'inorganiques, des sels acides organiques et des acides organiques libres, la somme des attractions pour l'eau ne change pas.

» Les coefficients isotoniques laissent apercevoir une analogie frappante avec les abaissements moléculaires du point de congélation des solutions aqueuses, déterminés par les belles recherches de MM. de Coppet [1] et Raoult [2]. En effet, les résultats de ces savants physiciens les ont conduits à réunir les substances étudiées dans des groupes analogues aux nôtres, tandis que, pour les combinaisons pour lesquelles les deux valeurs ont été déterminées, les rapports de ces abaissements sont sensiblement égaux à ceux de leurs coefficients isotoniques. »

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur l'interprétation d'une expérience de Hales concernant le rôle des vaisseaux.* Note de M. J. **Vesque**, présentée par M. P. Duchartre.

« Hales fit, à la base d'un vaisseau et alternativement à droite et à gauche, des encoches horizontales dépassant la moitié de l'épaisseur de l'axe. Cette opération a pour résultat d'interrompre la continuité de tous les vaisseaux ligneux. Le physiologiste anglais constata que les rameaux traités de cette manière restent frais.

» Dans ces derniers temps, on s'est appuyé sur cette expérience pour déclarer que les vaisseaux ne sont pas indispensables au mouvement de la sève ascendante. Je vais montrer qu'en faisant varier les conditions de l'opération on arrive à des résultats qui contribuent singulièrement à nous

(1) De Coppet, *Annales de Chimie et de Physique*, t. XXIII, XXV et XXVI.

(2) Raoult, *Comptes rendus*, t. XCIV, XCV et XCVI.

éclairer sur la voie suivie par l'eau dans le corps ligneux. Il résulte des expériences que j'ai communiquées à l'Académie, il y a plus d'un an, que lorsqu'un vaisseau est bouché par des chapelets de Jamin, les index d'eau sont souvent enlevés par les éléments anatomiques environnants, à condition que le rameau soit exposé au soleil et que sa section soit bouchée mécaniquement. La pénétration de l'eau des vaisseaux dans les fibres est si rapide qu'il m'a été possible d'observer directement un courant d'eau très sensible dans le vaisseau, au-dessous du point obstrué par les bulles de gaz. Quoiqu'on puisse reprocher à ces essais d'avoir été faits sur des rameaux coupés, il m'a semblé intéressant d'appliquer les notions acquises à l'explication de l'expérience de Hales.

» Lorsque les encoches superposées sont situées alternativement à droite et à gauche, il suffit que l'eau appelée vers les feuilles par la transpiration passe des vaisseaux dans les fibres pour décrire de légères ondulations autour des encoches. Il est vrai qu'une grande partie du bois devient inutile; mais, comme l'eau est *aspirée*, le mouvement sera d'autant plus rapide dans les parties qui servent encore au passage. Si cette manière de voir répond à la réalité des faits, on devra augmenter de beaucoup la résistance au passage de l'eau en obligeant la sève à parcourir un chemin transversal plus ou moins long.

» J'ai fait à ce sujet une série d'expériences qui me paraissent être décisives. En voici une, à titre d'exemple.

» 1. On pratique à la base d'un rameau d'*Aucuba* quatre encoches écartées de $0^m,01$ suivant la longueur du rameau et situées alternativement à droite et à gauche, de sorte que leur angle de divergence, pour parler le langage de la phyllotaxie, est d'une demi-circonférence.

» 2. Un autre rameau semblable, appartenant au même pied, reçoit également quatre encoches distantes de $0^m,01$, mais disposées de telle manière que leur plan de symétrie verticale fasse avec le plan de symétrie de l'encoche précédente un angle de 90° : leur angle de divergence est d'un quart de circonférence.

» Le premier rameau n'a nullement souffert, tandis que le second s'est fané au bout de peu de temps et n'a pas pu se rétablir.

» Il est facile de se convaincre, en effet, que le chemin transversal, de fibre en fibre, est incomparablement plus long dans le second cas que dans le premier. Il en résulte que les fibres servent bien au passage de l'eau, mais d'une manière accessoire; qu'elles sont en quelque sorte les auxiliaires des vaisseaux, mais que l'eau ne saurait traverser un grand nombre de

parois sans éprouver une résistance que les pressions en jeu sont bientôt impuissantes à vaincre.

» Le Saule (*Salix viminalis*) donne exactement les mêmes résultats que l'*Aucuba*, mais le Séringat (*Philadelphus coronarius*) s'est montré beaucoup plus résistant.

» On conçoit, du reste, que des plantes différentes doivent supporter plus ou moins bien les opérations dont nous nous occupons, et cela suivant leur structure anatomique. Les plantes vraiment herbacées, par exemple, se dessèchent à la suite de la simple expérience de Hales, les fibres ligneuses y faisant absolument défaut.

» Je termine cette Note par une expérience qui montre encore une fois combien les vaisseaux sont nécessaires au transport de l'eau dans la plante. Dans les expériences précédentes, je n'ai employé, pour les observations par injection, que des rameaux coupés. Cette fois, j'ai profité de l'innocuité de l'expérience de Hales pour injecter du mercure dans tous les vaisseaux d'un *Fuchsia*. Un tube de caoutchouc long de $0^{m},05$ a été fendu suivant sa longueur et percé, sur le côté, d'un trou dans lequel j'ai engagé un petit tube de verre. Un rameau ayant été pourvu de deux encoches alternes a été enveloppé dans ce tube qui a été resoudé ensuite et solidement ficelé aux deux extrémités. J'ai pu injecter ainsi du mercure dans les vaisseaux d'une plante qui n'avait subi qu'une opération innocente par elle-même. Le rameau ainsi traité a présenté des traces évidentes de fanaison au bout de quinze minutes, délai tout à fait insuffisant pour que le mercure eût pu agir en raison de ses propriétés toxiques. »

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur l'observation directe du mouvement de l'eau dans les plantes*. Note de M. G. CAPUS, présentée par M. P. Duchartre.

« Il est à peu près démontré aujourd'hui que l'eau chemine à l'intérieur des vaisseaux du bois, grâce à la présence dans ces vaisseaux de chapelets de bulles d'air à une faible pression, qui fractionnent l'effet de la pesanteur. C'est à M. Bœhm qu'on doit principalement la théorie actuelle sur le mouvement de l'eau.

» M. Vesque a publié dernièrement, dans les *Comptes rendus*, une Note intéressante, dans laquelle il démontre d'une façon fort élégante le mouvement de l'eau dans les vaisseaux d'un rameau coupé en biseau. M. Vesque me donna l'idée de vérifier et d'examiner le contenu des vaisseaux et la translation de l'eau directement sur la plante vivante.

» Pour ce faire, je choisis des plantes un peu fistuleuses ou pourvues d'une moelle tendre, facile à extirper, telles que le Bégonia, le Dahlia, le Topinambour. La plante qui se prête le mieux à ces sortes d'observations est le Bégonia. Au moyen d'un bon rasoir plat, on fait, dans l'entrenœud, une coupe tangentielle à la tige, longue de quelques centimètres, de façon à entamer la tige à peu près jusqu'à la profondeur du cambium des faisceaux. Il faut que cette coupe soit légèrement concave pour éviter le risque d'observer un vaisseau coupé en haut ou en bas. Ensuite, du côté opposé de la tige et au niveau de la première coupe, on pratique deux encoches pénétrant jusqu'à la moelle, ce qui permet d'enlever cette partie de la tige en mettant à nu le canal médullaire ou la moelle. On extirpe celle-ci délicatement, de manière à ne pas entamer le bois primaire du fond, et l'on obtient de la sorte une coupe transparente dans laquelle sont compris intacts les vaisseaux à examiner. Le microscope est disposé horizontalement en face de la coupe ainsi préparée sur un cathétomètre dont les différentes vis permettent de mettre au point. On peut opérer sur des pieds de plantes en pleine terre, ou mieux sur des plantes en pot qu'il est plus facile d'immobiliser au moyen d'un tuteur. Pour se rapprocher davantage des conditions normales, on dispose sur la coupe une goutte d'eau aplatie par une lamelle de verre fixée à la tige avec un peu de baume du Canada, ou simplement retenue par capillarité. La préparation faite, on place la coupe contre la lumière, et l'on voit que les vaisseaux et les fibres du bois sont remplis de bulles d'air plus ou moins nombreuses et longues, disposées en chapelet. Quand le temps est humide, le ciel voilé et la terre trempée, la plante est plus injectée d'eau et les bulles d'air plus rares. Elles sont plus nombreuses et plus longues si le temps est sec et si le soleil donne directement sur la plante.

» Les limites de cette Note ne me permettent pas de reproduire et de discuter les courbes qu'on obtient par le mouvement des ménisques. Elles montrent que, dès que le soleil ne donne plus sur la plante, celle-ci tend à s'injecter : les index d'air diminuent d'étendue dans les vaisseaux et finalement disparaissent. Dans ce cas, l'absorption par les racines l'emporte sur la transpiration. Si, au contraire, la transpiration est relativement active, les index se déplacent dans le sens de la hauteur et accusent indirectement le mouvement ascensionnel de l'eau dans les vaisseaux.

» Quand on dépose une goutte d'alcool ou d'acide sulfurique pur sur une des extrémités de la coupe, on provoque dans les vaisseaux un mouve-

ment violent d'eau qui déplace les index et vide en partie les vaisseaux. Quand on chauffe violemment l'atmosphère qui entoure la plante et les feuilles elles-mêmes, on remarque également un déplacement désordonné des index d'air ; mais, dans ce cas, il faut faire la part de la dilatation de l'atmosphère intérieure de la plante.

» Je tâcherai d'appliquer ce mode de vivisection à l'observation d'autres phénomènes physiologiques. »

GÉOLOGIE. — *Calcaires saccharoïdes et ophites du versant nord des Pyrénées.* Note de M. **Dieulafait**, présentée par M. Hébert.

« Les marbres statuaires des Pyrénées, considérés comme *primitifs* par Charpentier, ont été portés successivement jusque dans le néocomien, et cette dernière idée reparaît dans les travaux les plus récents sur les Pyrénées. La plus importante discussion qui ait eu lieu à ce sujet se produisit en 1874 devant l'Académie. Coquand rapportait ces calcaires au terrain carbonifère, mais Leymerie repoussait cette idée, au moins pour ceux de la région de Saint-Béat. Dans ses derniers travaux (*Description géologique de la Haute-Garonne*), il est revenu à l'opinion de Charpentier.

» Quand de la plaine de Saint-Béat on s'élève vers le sommet du Gar, on rencontre successivement : 1° granite; 2° gneiss; 3° silurien; 4° dévonien; 5° schistes et calcaires à goniatites; 6° système de grès rouges psammitiques et poudingues; 7° ophites; 8° calcaires rubanés avec lentilles de calcaire saccharoïde; 9° dolomies grisâtres; 10° puissante série calcaire; 11° néocomien fossilifère.

» Leymerie a donné cette même coupe. Parti du village de Besins, il rencontre en sortant une ophite tigrée. « Ce gisement, dit-il (p. 438), se » trouve à l'origine du massif calcaire, sans interposition visible de grès » rouge que je n'ai vu nulle part dans cette excursion. » En se reportant à notre coupe, on voit que la place du grès rouge est *sous* l'ophite. Dès lors Leymerie, partant de l'ophite pour s'élever dans la série, laissait nécessairement le grès rouge derrière lui : à Besins même l'ophite est supportée par le grès rouge type. En outre, j'ai constaté que ce grès rouge s'étend régulièrement sur le versant ouest du Gar, et qu'entre lui et la base des escarpements calcaires l'horizon ophitique continue à se développer.

» Les mêmes faits se reproduisent à l'est, dans le grand massif compris entre la Garonne et Saint-Lary dans l'Ariège, et à l'ouest, à travers la Barousse, au loin dans les Basses-Pyrénées. Quel est l'âge de ces calcaires qui

recouvrent directement les ophites? Au sujet de l'ensemble, Leymerie écrit : « En traversant tous les éléments superposés qui constituent la masse se-» condaire du Gar, je n'ai rencontré aucun débris organique qui puisse » apporter quelque secours pour sa détermination (p. 441). » J'ai été plus heureux, grâce à une indication de M. François, inspecteur général des Mines. Leymerie a écrit dans une Note (p. 441) : « Il (M. François) désigne » d'ailleurs l'assise inférieure de la formation *b* de notre coupe par le nom » de *calcaire à bélemnites*, ce qui n'implique pas nécessairement qu'il y » aurait vu ce fossile ». J'ai trouvé cette année des tronçons de bélemnites complètement caractérisés depuis le point culminant de l'assise *b* de Leymerie jusqu'au chemin qui remonte la vallée du Gar. Dans ces mêmes assises à bélemnites, j'ai trouvé deux autres fossiles d'une valeur absolument précise, la *Terebratula Jauberti* et la *Rhynchonella meridionalis*. Ces deux fossiles, toujours associés, abondent dans le sud-est de la France. Ils caractérisent le lias *supérieur* (et non le lias *moyen*, comme le dit la *Paléontologie française*). Ils forment de véritables bancs au-dessus de l'*Ammonites bifrons*.

» Entre les assises les plus inférieures qui m'ont fourni des bélemnites et la partie supérieure des roches ophitiques existe une épaisseur de 100^{m} à 120^{m} de calcaires. Par tous leurs caractères, ils se lient aux calcaires à bélemnites. En remarquant que les assises à *Rhynchonella meridionalis* sont déjà du lias supérieur *élevé*, que partout dans le midi de la France les premières assises à bélemnites sont supportées par 100^{m} à 200^{m} de calcaire dolomitique et saccharoïde appartenant encore au lias, la conclusion qui s'impose pour les calcaires de la base du Gar est qu'ils dépendent du lias. Je reviens donc absolument à l'ancienne opinion de Dufresnoy, seulement j'apporte la preuve paléontologique de son exactitude, preuve dont le premier mérite revient à M. François.

» Partant de certaines analogies, Leymerie était aussi arrivé à attribuer au lias la base des calcaires du Gar; mais, outre qu'il n'en avait fourni aucune preuve paléontologique, comme il le reconnaît lui-même, il se refusait à admettre que le marbre de Saint-Béat fût du même âge que celui de la base du Gar. Je reviendrai sur cette question spéciale, mais le point qu'il importe aujourd'hui de bien préciser, c'est que la base du calcaire du Gar appartient au lias : car, ce point bien établi, il en résulte pour la question des ophites des Pyrénées une simplification de premier ordre. En effet, les ophytes de Lez, d'Eup, de Besias, etc., supportant directement les calcaires du lias, deviennent identiques aux ophites des marnes gypseuses du Saint-Gironais, qui, elles aussi, sont directement recouvertes par

le lias. D'un autre côté, les grès qui, dans la région de Saint-Béat, servent de base aux ophites et succèdent aux calcaires à goniatites, deviennent le prolongement matériel de ceux qui, dans la première région, succèdent, comme à Saint-Béat, au calcaire à goniatites. La seule différence que présentent les deux régions, c'est que, dans celle de Saint-Béat, le système gréseux est moins puissant et surtout qu'il n'est pas recouvert par des marnes avec ou sans gypse, comme dans la première région. Mais cette différence, au lieu de constituer une difficulté, simplifie au contraire les choses au point de vue de ce que je crois être la vérité. En effet, l'observation sur les lieux et l'analyse chimique montrent que les marnes et les argiles sur lesquelles reposent les gypses, et qui alternent avec eux, proviennent en partie de la décomposition de roches ophitiques. Dans certaines régions, les roches ophitiques ont résisté : c'est le cas pour la variété appelée *lherzolithe*. Voilà pourquoi, dans les régions sans marnes, on voit avec une netteté absolue les roches ophitiques succéder au grès rouge et passer, sans transition aucune, au calcaire saccharoïde ; voilà aussi pourquoi, dans les régions où les marnes sont développées, on ne voit jamais le contact des roches ophitiques et de celles qui les supportent : les marnes recouvrent toujours la base des ophites.

» Les faits qui viennent d'être exposés, rapprochés de ceux que j'ai fait connaître pour la Corse, conduisent aux conclusions suivantes :

» 1° Les calcaires saccharoïdes de la région pyrénéenne dont fait partie Saint-Béat appartiennent au lias.

» 2° Il n'y a dans les Pyrénées qu'un seul niveau ophitique entre le calcaire à goniatites et la base du lias.

» 3° Cette zone ophitique dans les Pyrénées correspond complètement à l'horizon des terrains ophiolithiques de la Corse. Dans les deux régions l'âge général est le même, et l'analogie la plus étroite se poursuit dans l'association des roches et jusque dans les détails microscopiques de chacune d'elles.

» Dès lors, dans les Pyrénées comme en Corse, l'horizon ophitique devient un horizon géognostique d'autant mieux caractérisé que le type ophite est plus facile à reconnaître. Quant à la question d'*origine* pour ces roches, elle reste entière, seulement il faut abandonner complètement cette idée admise jusqu'ici, que ces roches appartiendraient aux âges les plus divers. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur les hivers anormaux.* Note de M. L. TEISSERENC DE BORT, présentée par M. Hervé Mangon.

« Dans une Note que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie le 18 septembre 1882, j'indiquais comment les principaux caractères de l'hiver de 1879 s'expliquent par le déplacement des grands maxima et minima de pression; je vais montrer aujourd'hui qu'il en est de même des autres hivers anormaux.

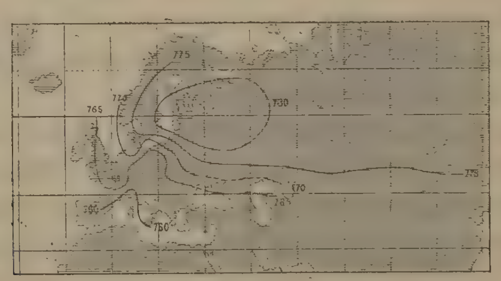
» Pour étudier cette question, j'ai construit les cartes de pression moyenne de plus de quarante mois d'hiver commençant à 1838, et suivi sur les cartes quotidiennes, publiées depuis vingt-quatre ans dans les divers pays, les phases de la circulation de l'atmosphère pendant les mois anormaux.

» Cette étude m'a amené à classer, suivant la disposition des isobares qui avait prévalu, les divers mois d'hiver en plusieurs types, dont les uns présentent des températures inférieures, les autres des températures supérieures à la moyenne.

» *Types avec temps froid.* — Les types froids sont au nombre de trois :

» 1° Le type caractérisé par le déplacement des hautes pressions de l'Asie vers l'Europe correspond à un temps sec et assez froid. Généralement le

Fig. 1.



Isobares moyennes de janvier 1838.

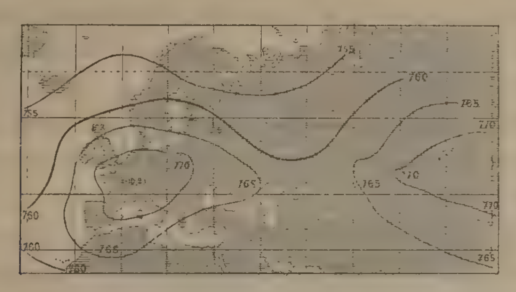
maximum barométrique se segmente en deux, une partie de l'aire des hautes pressions reste vers l'extrême est de l'Asie, l'autre occupe la Sibérie occidentale, la Russie du nord et la Finlande. La pression va en diminuant vers la Méditerranée et l'Océan. Ce type se reproduit surtout en janvier, et il a prédominé en janvier 1838, 1842, 1861, 1876, 1879 (voir *fig.* 1).

» 2° Un autre type est caractérisé par le déplacement du maximum barométrique de Madère qui occupe la France et l'Europe centrale et par

la présence des basses pressions dans la région de Tobolsk et dans les parages des Açores.

» Ce type coïncide presque toujours avec un temps calme et froid et

Fig. 2.



Isobares moyennes de décembre 1879.

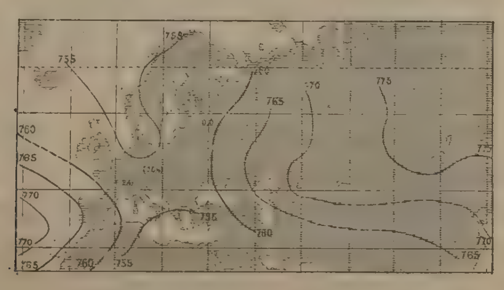
se montre surtout en décembre; il a prédominé en décembre 1864, 1865, 1875, 1879 et en janvier 1864 et 1880 (voir *fig.* 2).

» Dans ces deux cas, l'abaissement de la température se produit surtout sur place par l'effet du rayonnement.

» Ce type est caractérisé par le déplacement du maximum barométrique de Madère et de l'Océan, vers le nord, et par la présence de pressions relativement basses sur l'Europe centrale ou sur la Méditerranée. Il peut y avoir en même temps un affaiblissement des hautes pressions de l'Asie, qui se traduit par une baisse du baromètre vers Tobolsk.

» Dans le type 3, le froid, au lieu d'être causé par le rayonnement seul, est souvent apporté du nord par le vent et entretenu par des chutes de

Fig. 3.



Isobares moyennes de décembre 1874.

neige assez fréquentes : aussi la quantité d'eau tombée est-elle en moyenne bien supérieure à celle que l'on note avec les types précédents, mais le froid est moins vif que dans les types 1 et 2.

» Les périodes froides de l'hiver rigoureux de 1870-71 appartiennent au type 3; il a prédominé aussi en décembre 1867, 1871, 1874, 1878 et en janvier 1868 (voir *fig.* 3).

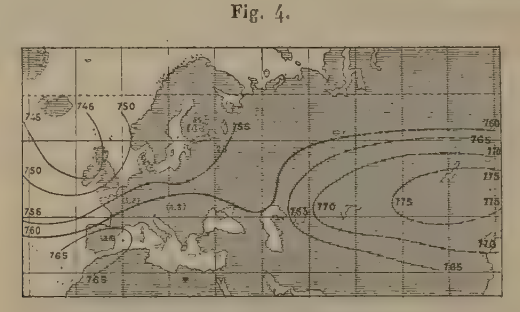
» *Types avec temps doux.* — Les temps très doux en hiver sont amenés toujours par la prédominance des vents de l'Océan, mais ils peuvent présenter deux types différents. Dans les deux cas, la quantité de pluie est ordinairement considérable.

» Le type 4, qui correspond à la prédominance des vents de sud-sud-ouest et sud-ouest, est caractérisé par la présence des basses pressions sur le nord de l'Europe, s'étendant, d'une part, sur l'Atlantique et, de l'autre, sur une partie de la Sibérie; en même temps, les hautes pressions de Madère remontent vers le nord-est et couvrent l'Espagne et une partie de la Méditerranée, ce qui amène un abaissement du baromètre vers les Açores.

» Dans ces conditions, le vent garde la direction du sud-ouest pendant longtemps et nous apporte la chaleur des contrées plus méridionales. Tout le nord de l'Europe est traversé par ce vent et les températures douces s'étendent sur la Russie, quelquefois jusqu'au nord-ouest de la Sibérie.

» Le mois de décembre 1868 (voir *fig.* 4) appartient à ce type; sa tem-

Fig. 4.



Isobares moyennes de décembre 1868.

pérature a été de 8°, 7 à Paris, soit 5°, 2 au-dessus de la normale; elle a été de — 3°, 8 à Saint-Pétersbourg.

» Le type 5 est caractérisé par la proximité du minimum océanien qui gagne les îles Britanniques et s'étend même sur nos régions pendant que des pressions assez hautes se montrent sur la Russie.

» Dans ce cas, les vents du sud-ouest à l'ouest viennent de contrées moins méridionales que dans le cas précédent, mais ils soufflent avec force, en sorte qu'ils nous apportent sans trop de perte de chaleur l'air tiède de la mer. La température se maintient ainsi assez douce sur l'ouest

de l'Europe; mais, par suite de la proximité du maximum barométrique de Russie, à mesure que l'on s'avance vers l'intérieur de l'Europe, les vents deviennent de plus en plus continentaux et la température s'abaisse. En Russie, les vents soufflent d'est à nord-est avec des froids très vifs. Ainsi la moyenne température de janvier 1877 a été à Paris de 6°,6 et à Saint-Pétersbourg de — 10°,3.

» La douceur exceptionnelle de l'hiver 1876-1877 a été déterminée par la prédominance du type 5. On peut encore citer les mois de dé-

Fig. 5.



Isobares moyennes de janvier 1877.

cembre 1862, 1872, de janvier 1860, 1872, 1873, qui ont présenté le même type (voir *fig.* 5).

» Les caractères principaux des diverses périodes des hivers (et en général des saisons) dépendent donc de la position des grands maxima et minima du globe et de leur tendance à persister ou à se reproduire dans certaines régions. Les changements de position de ces centres d'action suffisent pour déterminer les caractères si différents du temps dans des régions voisines. Ainsi, l'hiver de 1879-1880 a été exceptionnellement froid en France et dans une grande partie de l'Europe, pendant qu'il était très doux au nord de la Norwège.

» Cette contradiction apparente s'explique quand on étudie l'ensemble du phénomène; en effet, le même déplacement dans la position des maxima et minima barométriques détermine dans des régions peu distantes des vents différents, influe sur la nébulosité et les conditions favorables au rayonnement et, par cela même, amène des modifications de la température dans des sens contraires.

» Quant à la cause même du déplacement des grands centres d'action, elle est encore fort obscure. »

M. Chapel adresse deux Notes intitulées « Sur les conclusions à tirer du rapprochement de certaines statistiques » et « Sur des colorations insolites du Soleil et de la Lune ».

La séance est levée à 4 heures trois quarts. J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 5 novembre 1883.

L'Eclairage électrique; par le comte Th. du Moncel. I. *Générateurs de lumière*, 3e édition. Paris, Hachette et Cie, 1883; in-12.

Perak et les Orangs-Sakéys. Voyage dans l'intérieur de la presqu'île malaise; par Drau de Saint-Pol Lias. Paris, E. Plon, 1883; in-12. (Présenté par M. de Quatrefages.)

Notice nécrologique sur Jules de la Gournerie; par M. E. Lebon. Paris, Gauthier-Villars, 1883; opuscule in-4°.

La traction électrique par accumulateurs appliquée aux tramcars de Paris; par E. Reynier. Paris, J. Michelet, 1883; opuscule in-8°. (Extrait du Journal *l'Electricien.*)

Traité d'Anatomie comparée pratique; par le prof. C. Vogt et E. Yung, 3e liv. Paris, C. Reinwald, 1883; in-8°. (Présenté par M. de Quatrefages.)

Faune de la Sénégambie; par A.-T. de Rochebrune; IIe fascicule : *Mammifères*. Paris, O. Doin, 1883; in-8°. (Présenté par M. de Quatrefages.)

Recherches sur le développement des podurelles; par M. V. Lemoine. Paris, Chaix, 1883; in-8°.

Analyse micrographique des eaux; par A. Certes. Paris, Bernard Tignol, 1883; br. in-8°.

Marino Pompei. *La materia considerata come forma d'energia.* Pesaro, Premiato, 1883; in-8°.

Astronomical and magnetical and meteorological observations made at the royal Observatory, Greenwich, in the year 1881. London, G. Eyre and W. Spottiswoode, 1883; in-4°.

OUVRAGES REÇUS DANS LA SÉANCE DU 12 NOVEMBRE 1883.

Monographiæ Phanerogamarum prodromi nunc continuatio, nunc revisio editoribus et pro parte auctoribus ALPHONSO *et* CASIMIR DE CANDOLLE; vol. quintum, Pars prima, cum tabulis XXXII : *Cyrtandreæ,* auctore C.-B. CLARKE. Parisiis, sumptibus G. Masson, 1883; in-8°.

Paléontologie française ou description des fossiles de la France; 1re série : *Animaux invertébrés;* liv. LXII-LIII. Paris, G. Masson, 1883; 2 liv. in-8°. (Présenté par M. Hébert.)

L'Iguanodon bipède de Bernissart, au musée de Bruxelles; par M. le cap. CHARRIN. Bruxelles, Lebègue et Cie, 1883; br. in-8°.

Essai d'une description géologique de l'Algérie pour servir de guide aux géologues dans l'Afrique française; par A. PERON. Paris, G. Masson, 1883; in-8°. (Deux exemplaires.)

Traité théorique et pratique du massage (méthode de Mezger en particulier; par le Dr G. NORSTROM. Paris, A. Delahaye, 1884; in-8°.

Note sur les méthodes d'exploitation souterraine fondée sur l'abandon de massifs; par M. HATON DE LA GOUPILLIÈRE. Nimes, imp. Roger et Laporte, 1883; opuscule in-8°.

Note sur le profil d'équilibre des tractions mécaniques en rampes. Formules analytiques relatives aux lois de la richesse des filons; par M. HATON DE LA GOUPILLIÈRE. Paris, Dunod, 1883; 2 br. in-8°. (Extrait des *Annales des Mines.*)

Sur la valeur morphologique de l'articulation mandibulaire, du cartilage de Meckel et des osselets de l'ouïe, etc.; par M. le prof. P. ALBRECHT. Bruxelles, G. Mayolez, 1883; opuscule in-8°.

The nautical almanac and astronomical ephemeris for the year 1887 *for the meridian of the royal Observatory at Greenwich.* London, J. Murray, 1883; in-8°.

Almanaque nautico para 1885. Barcelona, 1883; in-8°.